

2011 年「慧燈盃數學競賽」(國中二年級組試題)

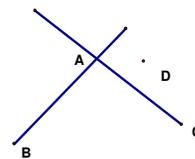
【請將正確答案寫在答案卷內】

時間:八十分鐘

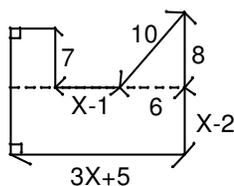
2011/03/06

一、選擇題：(每題 3 分, 共 5 題, 計 15 分)

1. () $231192 = 2^a \times 3^2 \times b^2 \times 19$, 則 b 為何? (A) 7 (B) 11 (C) 13 (D) 17
2. () $\frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \frac{1}{4 \times 5 \times 6} =$ (A) $\frac{1}{30}$ (B) $\frac{1}{25}$ (C) $\frac{1}{20}$ (D) $\frac{1}{15}$
3. () 右圖為平面座標上 A、B、C、D 四點, 今以 A 點為原點, A 到 B 的方向為 x 軸正向, A 到 C 為



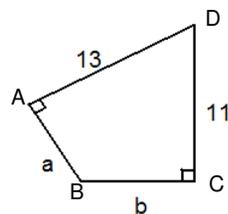
y 軸負向, 則 D 點在第幾象限? (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4



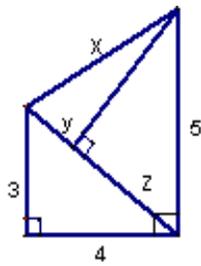
4. () 如圖, 圖中的總面積為何?
 (A) $2X^2 + 11X + 15$ (B) $2X^2 + 16X + 13$ (C) $3X^2 + 10X + 15$ (D) $3X^2 + 13X + 14$
5. () 請問當多項式 $X^2 + 4X - 1$ 的值為 4 時, X 為多少?
 (A) 1 或 5 (B) -1 或 -5 (C) 1 或 -5 (D) -1 或 5

二、填充題：(每格 3 分, 共 20 格, 計 60 分)

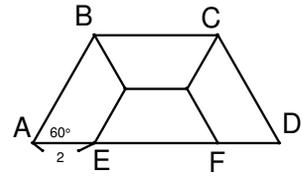
1. $39 \times 13 - 13 \times 2 - 37 \times 2 =$ _____
2. $1^2 = 1$, $1^2 - 2^2 = -(1+2)$, $1^2 - 2^2 + 3^2 = 1+2+3$, $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 = -(1+2+3+4)$
 則 $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 99^2 =$ _____
3. 劫倫是一個愛心人士, 他去參觀一間學校, 他給每位小朋友 10 支棒棒糖, 但是有 40% 的小朋友不在場; 又給了每位大朋友 6 支棒棒糖, 如果這間學校全部有 2240 位孩子, 則劫倫共有幾支棒棒糖? 答: _____
4. $A+B=10$ 、 $A \times B=9$ 、 $C+D=5$ 、 $C \times D=6$, $M=A \times C+B \times D$ 、 $N=A \times D+B \times C$, 則 $M \times N$ 之值為何? 答: _____
5. 在直角坐標平面上, 直線 $y=ax+4$ 與兩軸交於 A、B 兩點, 且 $\overline{AB}=5$ 求 a 值為多少? 答: _____



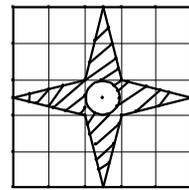
6. 如圖 \overline{AB} 垂直 \overline{AD} , \overline{BC} 垂直 \overline{CD} 且 $\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$, $\overline{CD}=11$, $\overline{AD}=13$ 求 $(a+b)(a-b) =$ _____
7. 如右圖所示 $x =$ _____ $y =$ _____ $z =$ _____



8. 下圖是一個由四個全等等腰梯形所組成的梯形， $\angle BAE = 60^\circ$ ，求梯形 ABCD 的面積為何？答：_____



9. 右圖為一個邊長為 5 的正方形，求圖中斜線部分的面積為何？答：_____



10. 右圖是一個邊長為 1 的正六邊形狗屋，狗狗綁在 A 點上，繩子的長度為 2，則狗狗可以活動的範圍面積為何？

答：_____ (P. S. 不含狗屋內部的區域！)



11. 正整數 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 300$ 乘開後，後面有_____個 0。

12. 有四直線 $L_1: x - y = 1$ ， $L_2: x + y = 4$ ， $L_3: 8x + y = -10$ 和 $L_4: x = 2$ ，這四條直線圍出一個四邊形。請問此四邊形較短的對角線長度為_____。

13. 設 a 、 b 為整數，若 $\sqrt{(a+b-3)^2} + \sqrt{(2a+b-5)^2} = 0$ ，則 $4a+b$ 的平方根為_____。

14. 若 $\alpha x^3 + \beta x^2 - 47x - 15$ 能分解出 $3x+1$ 與 $2x-3$ 、 $ax+b$ 之因式，試求下列各小題：

(1) α 之值為_____。

(2) β 之值為_____。

(3) 第三個因式 $ax+b$ 為_____。

15. 設有一數 $a = 1223334444555556666667777778888889999999999$ ，則 a 除以 9 之餘數為_____。

16. 設 α 、 β 為 $2x^2 - x - 3 = 0$ 的兩根，求 $\frac{1+\beta}{\alpha} + \frac{1+\alpha}{\beta} =$ _____。

三、計算題：(每小題 5 分,共 5 小題,計 25 分)

1. (1) 設 $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) = x^3 - 6x^2 + 3x + 3$ ，則 ① $\alpha + \beta + \gamma = ?$

② $\alpha\beta\gamma = ?$

(2) 同 (1) $x^3 + px^2 + qx + r = (x - \frac{1}{\alpha^2})(x - \frac{1}{\beta^2})(x - \frac{1}{\gamma^2})$ ，求

① $p = ?$

② $q = ?$

③ $r = ?$