

2010 年「慧燈盃數學競賽」(國中二年級組試題)

(時間:80 分鐘)

日期: 99/03/07

一、選擇題 (每題 3 分, 共 20 題, 計 60 分) ※請將答案寫在答案欄內

1. 凡達國中新生共 420 人, 教務處要編班, 如果每班人數至少 29 人、至多不超過 36 人, 而且各班人數要一樣多, 則教務處編班方式有幾種? (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。
2. 429.65×10^{10} 乘開後是幾位數? (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13。
3. $593.804 = 5 \times 10^a + 9 \times 10^b + 3 \times 10^c + 8 \times 10^d + 4 \times 10^e$ (其中 a, b, c, d, e 均為整數), 求 $a+b+c+d+e = ?$ (A) 0 (B) -1 (C) -2 (D) -3。
4. 下列何者化簡後不是其他三者的同類方根? (A) $\sqrt{18}$ (B) $\frac{6}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{1}{3}\sqrt{50}$ (D) $\sqrt{16\frac{1}{3}}$ 。
5. 下列何者為 x 的多項式? (A) $2\sqrt{x}-5$ (B) $y+\frac{3}{x}+4$ (C) $x^2-x-\frac{1}{y}$ (D) $x^2-4=0$ 。
6. 若 $-5 < x < 8$, 則 $\sqrt{(x-8)^2} + \sqrt{(x+5)^2} = ?$ (A) -3 (B) $2x-3$ (C) $13-2x$ (D) 13。
7. 平面坐標系中, 下列那一點與 y 軸的距離最近?
(A) $(1, -\frac{10}{3})$ (B) $(-0.5, -1)$ (C) $(2, -3.6)$ (D) $(-\frac{4}{3}, 2)$ 。
8. 平面坐標系中, 有三條直線方程式, 分別為 $x=0$ 、 $y=0$ 與 $y=3x-6$ 。請問:
由此三直線所圍成的三角形面積是多少? (A) 3 (B) 6 (C) 4 (D) 7。
9. 平面坐標系中, 若 $P(a, b)$ 在第二象限。則甲 $(-a, b)$ 、乙 (b^2, ab) 、丙 $(-b, a)$ 、丁 $(a^2, \frac{b}{a})$ 四點中, 有那幾點在第四象限? (A) 乙、丁 (B) 甲、丙 (C) 甲、乙、丙 (D) 甲、乙、丙、丁。
10. 大雄解 x 的一元二次方程式 $(x-2)^2 + x^2 = 100$, 但答案算錯了, 以下是他解題的步驟:
步驟一: 展開 $x^2 - 2^2 + x^2 = 100$
步驟二: 移項整理 $2x^2 = 104$
步驟三: 同除 2 $x^2 = 52$
步驟四: 開平方 $x = \pm\sqrt{52}$
請問他從哪一個步驟開始做錯?
(A) 步驟一 (B) 步驟二 (C) 步驟三 (D) 步驟四。
11. 胖虎水果攤賣的蘋果, 一粒訂價為 40 元, 通常一天可賣出 35 粒。若每粒訂價多 2 元, 則當天就少賣出 1 粒。例如每粒訂價為 42 元, 則賣出 34 粒; 若每粒訂價為 44 元, 則賣出 33 粒。依此類推, 若當天蘋果共賣了 1512 元, 則當天蘋果一粒可能賣多少元?

(A) 46 (B) 54 (C) 60 (D) 68。

12. 由平方差公式移項整理後可得：

$$1^2+1=2^2-2; 2^2+2=3^2-3; 3^2+3=4^2-4; \dots; 99^2+99=100^2-100, \text{ 依此類推。}$$

$$\text{若 } 2025^2+2025+4052+2027=a^2, \text{ 且 } a>0, \text{ 則 } a=?$$

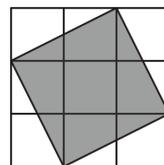
(A) 2026 (B) 2027 (C) 2028 (D) 2029。

13. 已知 A 為 x 的一次多項式，且 $A=(ax^2+ax-8)-(2x^2-3x+7)$ ，則 $A=?$

(A) $3x-15$ (B) $3x+15$ (C) $5x-15$ (D) $5x+15$ 。

14. 圖(一)由 9 個邊長為 2 公分的小正方形所組成，試問陰影部分的面積為何？

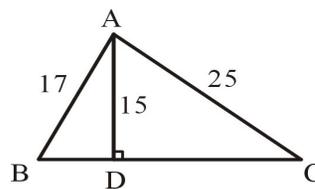
(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 平方公分。



圖(一)

15. 如圖(二)，若 $\overline{AD}=15$ 、 $\overline{AC}=25$ 、 $\overline{AB}=17$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？

(A) $\frac{425}{2}$ (B) 210 (C) 420 (D) 225。



圖(二)

16. 若 a、b 為整數，且 $2x^2+ax+b=0$ 的兩根為 $\frac{5\pm\sqrt{33}}{4}$ ，則 a+b 的值等於多少？

(A) 4 (B) -4 (C) 6 (D) -6。

17. 矩形 ABCD 的周長為 28 公分，對角線長為 10 公分，則此矩形 ABCD 的面積等於多少平方公分？ (A) 24 (B) 36 (C) 48 (D) 96 平方公分。

18. 若 m、n 為方程式 $x^2-3x-1=0$ 的兩根，則 $3m^2+n^2-9m-3n-1$ 的值等於多少？

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7。

19. 若方程式 $3x^2-kx+231=0$ 的解皆為質數，則 $k=?$ (A) 39 (B) 43 (C) 54 (D) 57。

20. 一元二次方程式 $x^2+mx+n=0$ 的兩個根為 3，-5，則 $m+n=?$

(A) -17 (B) -13 (C) 13 (D) 17。

二、填充題 (每題 2 分, 共 10 題, 計 20 分) ※請將答案寫在答案欄內

1. 計算 $\frac{1}{289} + \frac{290 \times 288}{289} - 299 =$ _____。
2. 計算 $(-1000 - \frac{5}{9}) \times 19 - 999 - \frac{4}{9} \times 19 =$ _____。
3. 因式分解 $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) - 120 =$ _____。
4. 馬先生有一對雙胞胎兒子小呈與小品，今年馬先生的年齡比小呈年齡的 3 倍多 6 歲，而小品的年齡比馬先生年齡的一半少 10 歲，則馬先生今年_____歲。
5. 計算 $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2010} =$ _____。
6. 若 $\frac{b}{a}$ 為最簡分數，且 $\frac{2}{3} < \frac{b}{a} < \frac{3}{4}$ ，則 $a+b$ 的最小值為多少？_____。
7. 小真的郵局晶片卡密碼有六碼 $abcdab$ ，分別隱藏在 $35672 = 2^a \times b^c \times 13^d$ 這個標準分解式中，請問此密碼是_____。
8. 有兩個連續正奇數的平方和為 970，則此兩正奇數的和為_____。
9. 有一長方形草地，長 20 公尺、寬 16 公尺，在它的內部沿著各邊開闢一條等寬的小路，若所餘的草地面積為 96 平方公尺，則路寬為_____公尺。
10. 小新以配方法解 $2x^2 - 18x + a = 0$ ，可得 $x - \frac{9}{2} = \pm \frac{\sqrt{53}}{2}$ ，求 $a =$ _____。

三、計算題 (每題 5 分, 共 4 題, 計 20 分) ※請詳列過程, 否則不予計分!

1. 小強上山時的速度為 3 公里/小時，到達山頂後，沿原路下山，下山的速度為 5 公里/小時，求小強在整個過程中的平均速度是多少？
2. 已知 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$ ，求代數式 $\frac{3x - 4xy + 3y}{x + 3xy + y}$ 的值=？
3. 如果一個正整數，恰好等於它的各位數字和的 12 倍，求這樣的正整數為何？
4. A、B、C、D、E 五個人做一項工作，若 A、B、C、D 四個人一起做，8 天可完工，若 B、C、D、E 四個人一起做，6 天可完工，若 A、E 兩人一起做，12 天可完工，請問如果 A 一個人單獨做，要多少天才能完工？