

宜蘭縣第十屆蘭陽盃數學大賽活動

數學競速試題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第十屆蘭陽盃數學大賽的數學競速試題本，題本採單面印刷，共有 30 題填充題，合計四頁。測驗時間由共 30 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

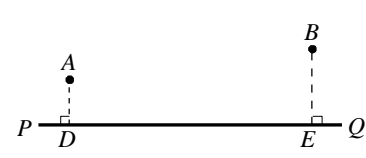
1. 試題本空白處皆可用於計算。
2. 答案紙僅供填寫答案，切勿在空白處計算。
3. 題本試題請勿任意轉載或張貼。
4. 答案紙上請書寫清楚隊名與個人姓名。
5. 不可故意污損答案紙或試題本，否則該科不與計分。

作答方式：

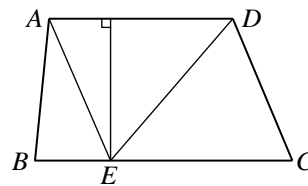
請用黑色或藍色原子筆於答案紙上書寫作答，需訂正時得使用修正液或修正帶，請依照題號填入相對應的空格中。

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁

1. 已知 a 、 b 、 c 、 d 為相異整數，且 $(a-3)\times(b-3)\times(c-3)\times(d-3)=9$ ，則 $a+b+c+d$ 的值為？
2. 一位四位數 $369\square$ 不能被 2、3、5 整除，且個位數字不是 1，則此個位數是多少？
3. 過 $(3, -4)$ 和直線 $2x=5+3y$ 平行的直線方程式為？
4. 若 $|\text{甲}+(-4)| + |\text{乙}+9| = 0$ ，則甲 + 乙 的值為？
5. 一等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ，已知 $a_1+a_3+a_5=15$ ， $a_1\times a_3\times a_5=45$ ，且公差 d 為負數，則 a_{44} 的值為？
6. 一拋物線通過點 $(n, 4)$ 、 $(-3, 1)$ 、 $(3, 4)$ 及 $(m, 1)$ ，則 $m-n$ 的值為？
7. 設 $\triangle ABC$ 的三內角 $\angle A=x^\circ$ 、 $\angle B=y^\circ$ 、 $\angle C=z^\circ$ ，若 $2x:3y=8:9$ ， $2y:z=6:5$ ，則 $\angle C$ 為多少度？
8. 若多項式 $3x^2-4x+5=a(x+1)^2+b(x+1)+c$ ，則 $a-b+c$ 的值為？
9. 計算 $6540\times 6547-6543\times 6544-6541\times 6550+6545\times 6546$ 的值為？
10. 已知多項式 A 除以多項式 B ，其商式為 $x+1$ ，餘式為 2，則 $3A\div 2B$ 的餘式為？
11. 請一一寫出比 $\sqrt{104}$ 小的質數。
12. 若 $\sqrt{a}=41$ ， $\sqrt{b}=9$ ，則 $a-b$ 的平方根為？
13. 已知 a 、 b 為連續奇數，且 $a>b>20$ 。若 $\sqrt{a+b}=m$ ， m 為正整數，則 m 的最小值為？
14. 若 $x:2y=5:4$ ，且 $y:3z=1:9$ ，則 $\frac{z}{2x+y}$ 的值為？

15. 因式分解 a^2+4a-b^2-2b+3 的式子為？
16. 已知 $a+99=b+98=c+97$ ，計算 $2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca$ 的值為？
17. $2\times 99^2-9\times 99-5$ 的標準分解式為？
18. 蘭陽國中學生共有 1400 人，各年級每班的人數相等，且每班人數的一半加上 15，恰好是全校所有的班數，則每班有多少人？
19. 兩姊妹同解一個一元二次方程式 $x^2+bx+c=0$ ，姊姊看錯 b ，解得兩根為 2、-7，妹妹看錯 c ，解得兩根為 3、-2，則正確的兩根的值為？
20. 如附圖， \overline{PQ} 為一面光滑的鏡子，今自 A 點發射一道光束經鏡上的 C 點反射至 B 點。已知 A 、 B 兩點到鏡子的距離分別是 $\overline{AD}=3$ 公尺， $\overline{BE}=5$ 公尺， $\overline{DE}=16$ 公尺，則 $\overline{AC}+\overline{CB}$ 為多少公尺？
- 
21. 已知一圓 O ，圓外一點 A 到圓 O 的最短距離為 4 公分，最長距離為 16 公分，則過 A 點作圓 O 之切線，交圓 O 於 B 點，則 \overline{AB} 為多少公分？
22. 若直線 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 通過 $(0,-3)$ 、 $(5,0)$ 兩點，則 $b-a$ 的值為？
23. 小新的爸爸 每天早上準時 8 點離家工作，若以平均車速每小時 40 公里，則會遲到 3 分鐘；以平均車速每小時 60 公里，則會提早 3 分鐘到達。若 小新的爸爸 想準時到達工作地點，則平均時速需為每小時多少公里？
24. 某次考試 小馬 和 小英 分數的比為 4:5，後來發現有一道題目數據錯誤，每位同學都加 4 分。若加分後兩人分數的比為 17:21，則加分前 小馬 的分數與 小英 的分數和為？

25. 已知附圖中 $ABCD$ 為梯形， \overline{AD} 平行 \overline{BC} 。將梯形分割成三個三角形 $\triangle ABE$ 、 $\triangle ADE$ 、 $\triangle DEC$ ，且三個三角形面積均為正整數。若 $\overline{AD} = \frac{15}{2}$ 公分， $\overline{BE} = \frac{25}{8}$ 公分， $\overline{CE} = \frac{45}{6}$ 公分，則求出符合條件的最小梯形高的長度為多少公分？(提示：三個三角形的高與梯形高均等長)



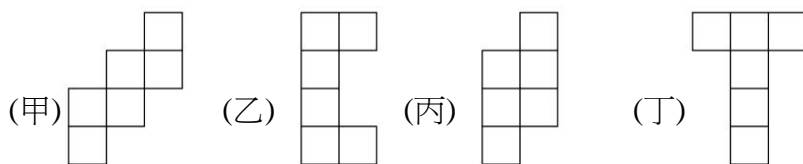
26. 已知 1 天文單位約為 1.5×10^{11} m，而 1 光年約為 9.5×10^{15} m，如果有一星球離地球 30 光年，則此星球距地球約為多少個天文單位？

27. 已知中華職棒有甲、乙、丙、丁四支球隊，每隊均與其他三隊各比 20 場。表(一)為四隊比賽戰績紀錄表，其中部分資料汙損。根據表中的資料，判斷乙隊的獲勝場數為何？

表(一)

球隊	出賽	勝	負	平手
甲	60	36	23	1
乙	60			1
丙	60	25	33	2
丁	60	31	27	2

28. 下列(甲)~(丁)四種不同的圖形之中，哪些是正立方體的展開圖？



29. 大雄想利用 100 公尺長的鐵絲網圍出 $ABFE$ 、 $EFCD$ 兩個相鄰的長方形區域，分別種樹及種花，則整個 $ABCD$ 面積最大為多少平方公尺？

30. 下圖是 2020 年某個月的月曆，若框起來這九天的日期總和為 207，則 E 的日期應為？

日	一	二	三	四	五	六									
<div style="position: absolute; bottom: 20px; right: 20px; border: 1px solid black; padding: 5px;"> <table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">A</td> <td style="padding: 2px 5px;">D</td> <td style="padding: 2px 5px;">G</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">B</td> <td style="padding: 2px 5px;">E</td> <td style="padding: 2px 5px;">H</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">C</td> <td style="padding: 2px 5px;">F</td> <td style="padding: 2px 5px;">I</td> </tr> </table> </div>							A	D	G	B	E	H	C	F	I
A	D	G													
B	E	H													
C	F	I													