

宜蘭縣第七屆蘭陽盃數學大賽活動  
數學競試題本

隊名：\_\_\_\_\_

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第七屆蘭陽盃數學大賽的數學競試試題本，題本採單面印刷，有十題計算與推論題，每題一頁，共十頁，每題均需有詳細計算、證明或說明的過程。測驗時間於 8：35 至 9：45，共 70 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

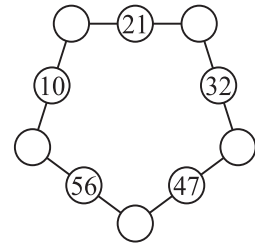
1. 請於試題下方空白處作答，空間不夠，可利用背面作答。
2. 需寫出計算過程或理由，如果只有答案沒有過程將酌予扣分。
3. 額外的試算請勿寫在題本中，請於計算紙上作答。
4. 題本試題請勿任意轉載或張貼。
5. 題本上請書寫清楚隊名，但不可故意污損答案本或試題本，否則該科不與計分。

作答方式：

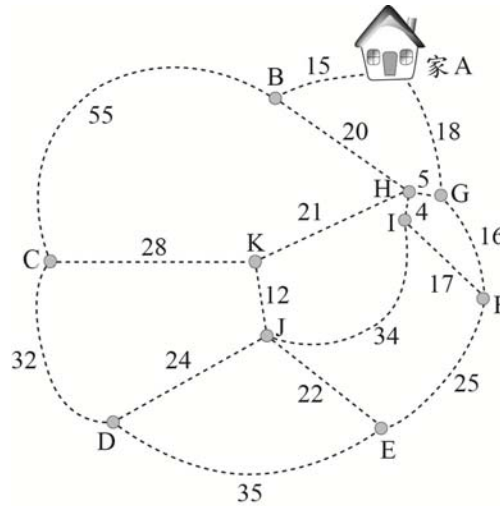
請用黑色或藍色原子筆於題本上書寫作答，需訂正時得使用修正液或修正帶。

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

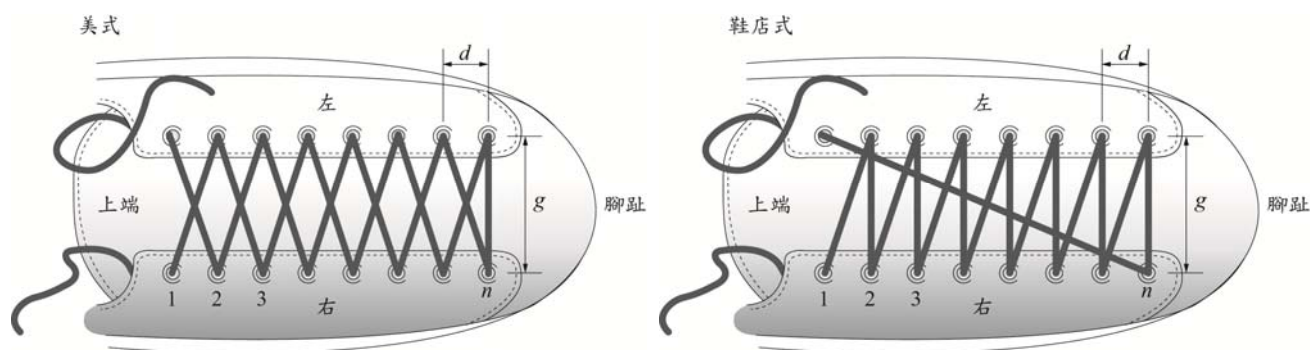
1. (10%)在下圖的五邊形中，每邊的數字和都是100，試  
求出最下方的數字為何？



2. (10%)你是一個推銷員，得去拜訪 10 位客戶，每位客戶位在不同的城鎮，而這些城鎮由道路連結，如地圖所示，但你的汽油只夠讓你行進 240 英里行程。城鎮間的距離以連接兩城鎮的道路上標示的數字顯示。你能找到一個路程不會用光汽油，讓你拜訪所有 10 位客戶，然後返家嗎？



3. (10%) 「對小孩來說，繫鞋帶會是個問題嗎？不，算出綁鞋帶的長度才是問題？」綁鞋帶的方式五花八門，以下兩個圖就是常見的兩種繫鞋帶的方式，美式綁帶法跟鞋店式綁帶法：



這裡的符號  $n$  ( $n \geq 2$ ),  $d$  及  $g$  分別代表

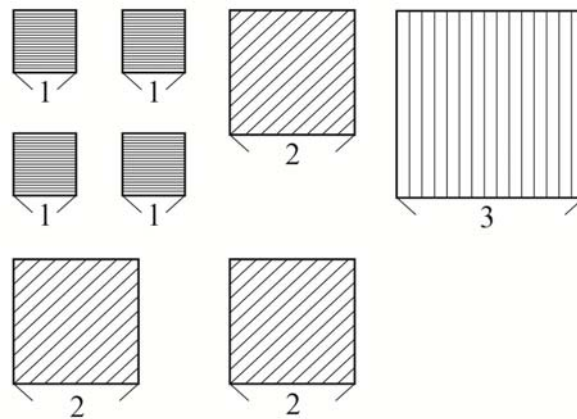
- 數目  $n$  為鞋孔的對數。
- 距離  $d$  為相鄰兩孔的距離。
- 間距  $g$  為左右對應兩孔的間距。

讓我們只專注於鞋帶的長度，也就是鞋子「上端」兩個鞋孔之間的鞋帶，至於打出一個有效的蝴蝶結所需要的其餘鞋帶長度，不在討論範圍。

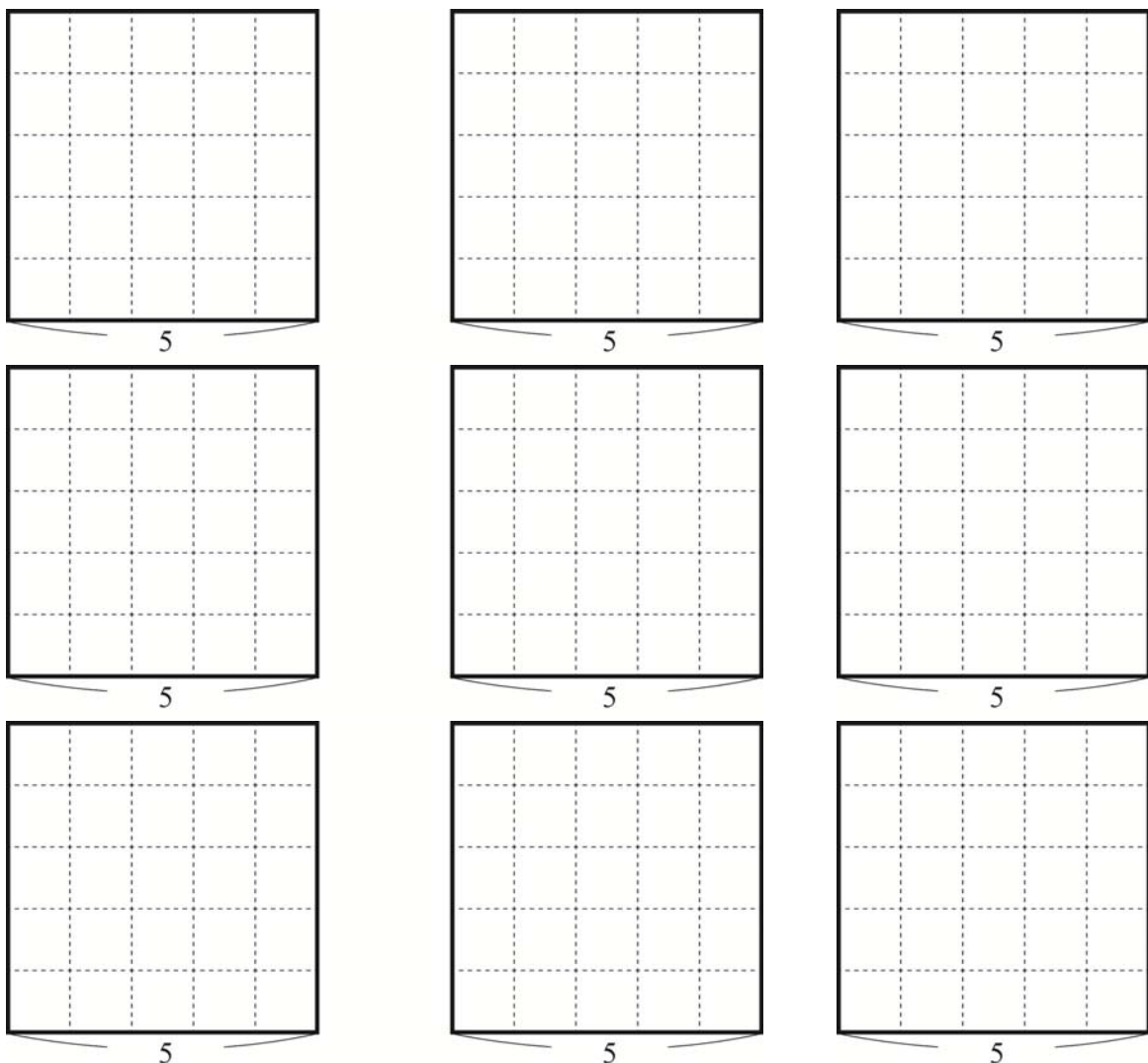
- (1) 寫出美式綁帶法的鞋帶長度。
- (2) 寫出鞋店式綁帶法的鞋帶長度。

(答案請用代號  $n$ 、 $d$ 、 $g$  表示)

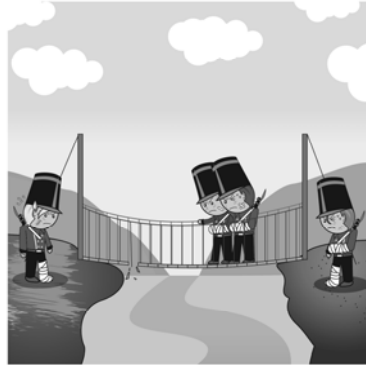
4. (10%)我們手上有四個1單位邊長的正方形，三個2單位邊長的正方形及一個3單位邊長的正方形，一共八個正方形，如下圖所示：



請將這八個正方形拼湊在下方的方格紙內，不得重疊，也不能留下空隙，讓他們拼成5單位邊長的正方形（拼出越多種情形越好，經旋轉後一樣的拼法視為同一種）。



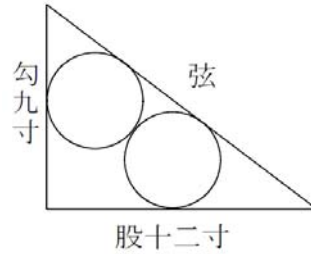
5. 某晚有四個傷兵需要渡過一條破橋以逃離敵方砲火，該破橋每次最多只能承載兩個士兵，而且當兩個士兵一起過橋時，他們必須以較慢的士兵的速度行走。



該四個士兵只有一支手電筒，他們每次必須攜帶手電筒才能安全的過橋，如果四個士兵各需 1, 2, 4 及 6 分鐘過橋，

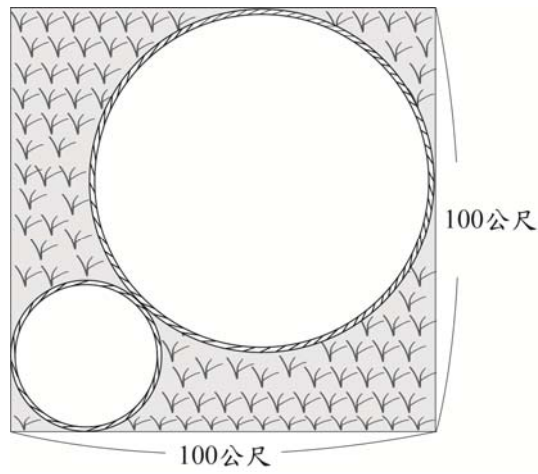
- (1) (2%)請找出安全過橋的其中一種走法及時間？
- (2) (8%)請找出安全過橋的最短時間是幾分鐘？

6. (10%)《天地明察》是有關和算家澀川春海的傳記故事，也納入澀川春海與同時代日本算聖關孝和的競爭，將數學知識活動，譬如解題與出題等對話，極為成功地融入故事情節之中。下圖是該小說裡一道數學題目的插圖：



在一勾九寸、股十二寸的直角三角形內，有兩個直徑相同的圓，彼此相切，與邊也相切，如上圖所示。試求這兩個等圓的半徑。

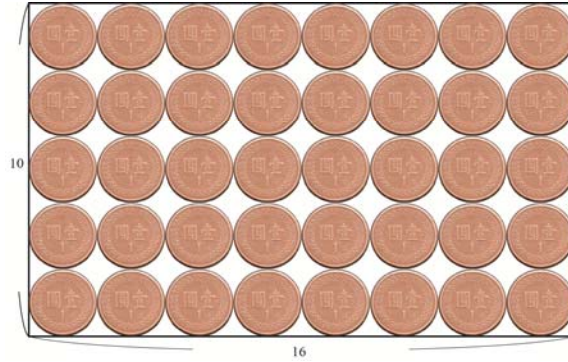
7. (10%)在 100 平方公尺的正方形草地上，用繩子圍出兩個相切的圓，把圓內的草除掉，當作露營區，如下圖所示：



設兩圓的半徑分別為  $R$  與  $r$ 。試分析兩圓的半徑和是否會隨著兩圓的大小改變而變？



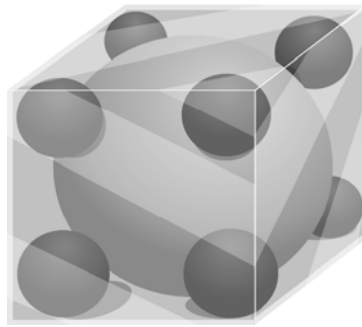
8. (10%)壹圓的硬幣的直徑是 2 公分，在 10 公分×16 公分的盒子內，我們可以用下列的排列方式，排上 40 枚壹圓的硬幣，此排法稱為「正方形排列」



同樣是 10 公分×16 公分的盒子內，是否有其它排列方法，可以排進 41 枚壹圓硬幣呢？試試看吧！

9. (10%)甲、乙、丙三個隊伍在運動會的獎牌榜上共得 186 塊獎牌！甲隊贏得了最多的金牌，乙隊贏得的金牌和銅牌數相等；甲隊和乙隊贏得的銀牌數相等。丙隊的銀牌比銅牌多了 2 塊；而丙隊的金牌數比甲隊的銅牌數多了 1 塊。甲隊的金牌數和乙、丙兩隊的銅牌數之和相等，也剛好是乙隊獎牌數的四分之三。三隊所贏得的總金牌數比甲隊獎牌數少 1 塊。問甲、乙、丙三隊各贏得金、銀與銅牌各幾塊？

10. (10%) 一模型公司在一個內部邊長為 2 單位的透明正立方體箱子內，放置一顆半徑為 1 單位的黃球，然後又要在箱子的八個角落再塞入 8 顆半徑相同的小紅球。



試求：小紅球的最大半徑為多少單位？