

宜蘭縣第四屆蘭陽盃數學大賽活動

數學競試題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第四屆蘭陽盃數學大賽的數學競試試題本，題本採單面印刷，共四頁，有八題計算與證明題，每題均需有詳細計算、證明和說明的過程。測驗時間由 9：30 至 11：00，共 90 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

1. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
2. 可不照題號順序答題，但請標明題號。
3. 可利用題本中空白部分計算，切勿在答案本上計算。
4. 需寫出計算過程或理由，如果只有答案沒有過程將酌予扣分
5. 題本中試題請勿任意轉載或張貼。
6. 答案本上請書寫清楚隊名與個人姓名，但不可故意污損答案本或試題本，否則該科不與計分。

作答方式：

請用黑色或藍色原子筆於答案本上書寫作答，需訂正時得使用修正液或修正帶，亦可不照題號順序答題，但須標明清楚題號。

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

- 一、 將所有的正偶數按下列規則排成 6 行，試問 2010 所在位置
是從左邊數起來的第幾行？(10%)

	2	4	6	8	
18	16	14	12	10	
	20	22	24	26	28
	36	34	32	30	
38	40	42	44	46	
	56	54	52	50	48
	58	60	62	64	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

- 二、 對於任意一正整數 n ，試證 $2011^n - 2340^n - 1713^n + 2042^n$
可以被 2086 整除。(15%)

三、 設 $\{a_i\}$ 為一有限的正整數數列，已知 $a_0=1001$ ， $a_1=x$ ，
且 $a_{i+1}+a_i=a_{i-1}$ ，其中 $i=1,2,\dots$ 。試問若要此數列長度
達到最大，則 x 應該是多少？(15%)

四、 將 1 到 13 的數字沿著圓桌任意放置，證明必有四個相鄰數字
的和不大于 26。(15%)

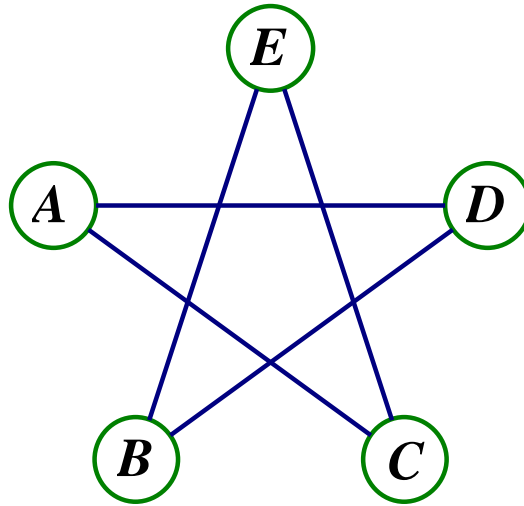
五、 定義 $1!=1$ ， $2!=1\times 2$ ， $3!=1\times 2\times 3$ ，……。試證對於一般

正整數 n 必滿足 $\frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!} < 1$ 。(15%)

六、 試找出所有可能的實數 r ，使得存在非零實數 a, b, c 滿足底下的關係式。(10%)

$$\begin{cases} a + b + c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = r \\ abc = 1 \end{cases}$$

- 七、將數字 1、3、4、5、7 填入下圖所示的 A、B、C、D、E 處（不一定按此順序）。若要使各線段兩端之數字和恰可排成一等差數列，試問此等差數列的中間項數值為何？(10%)



- 八、已知 ABCDEF 為以 P 為中心之正六邊形且 $\triangle PQR$ 為正三角形，兩圖形相交情況如下圖所示。如果 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{SB} = 2$ 且 $\overline{PQ} = 8$ 。試求四邊形 SBTP 的面積。(10%)

