

# 宜蘭縣 第三屆 蘭陽數學大賽

## 數學競試試題本

**請不要翻到次頁！**

**讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！**

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第三屆蘭陽數學大賽的數學競試試題本，題本採單面印刷，共四頁，有八題計算與證明題，每題均需有詳細計算、證明和說明的過程。測驗時間由 9：00 至 10：30，共 90 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

1. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
2. 可不照題號順序答題，但請標明題號。
3. 可利用題本中空白部分計算，切勿在答案本上計算。
4. 需寫出計算過程或理由，如果只有答案沒有過程將酌予扣分
5. 題本中試題請勿任意轉載或張貼。
6. 答案本上請書寫清楚隊名與個人姓名，但不可故意污損答案本或試題本，否則該科不與計分。

作答方式：

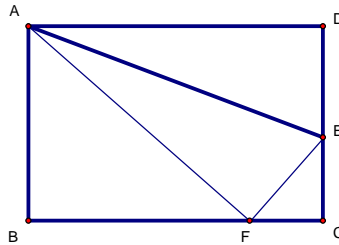
請用黑色或藍色原子筆於答案本上書寫作答，需訂正時得使用修正液或修正帶，亦可不照題號順序答題，但須標明清楚題號。

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

1. 已知正整數  $n$  恰好是二個連續正整數之和，且正好也是三個連續正整數之和。試問自 1 至 2006 這 2006 個正整數中滿足這樣條件的  $n$  值共有多少個？  
(10 分)

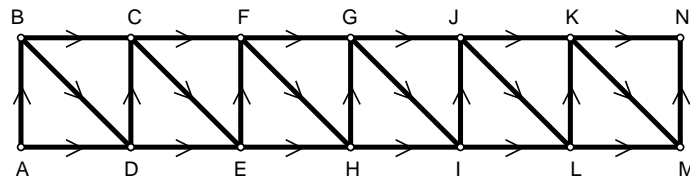
2. (1) 計算  $2006^2 - 2005^2 + 2004^2 - 2003^2 + \cdots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$ . (6 分)  
(2) 將  $1^2, 2^2, 3^2, \dots, 2006^2$  這些數中間用加號或減號連起來，試問其結果為最小的非負整數為多少？ (10 分)

3. 長方形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 5$  公分。在  $\overline{CD}$  邊上取一點  $E$ ，以  $\overline{AE}$  為對稱軸，將  $\triangle ADE$  向下摺疊，使得  $D$  點的對稱點  $F$  在  $\overline{BC}$  上(如圖所示)。如果  $\triangle ABF$  的面積為 30 平方公分，試求  $\triangle ADE$  的面積。 (10 分)



4. 下圖表示某些城市的路線圖，

- (1) 試問由 A 城市出發有多少條不同之路徑走法抵達 D 城市 (依箭頭方向行進，同一條路徑不可以走二次)? (4 分)



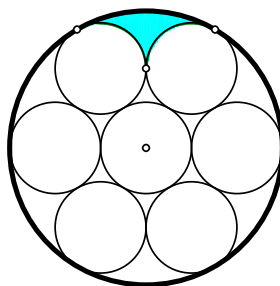
- (2) 試問由 A 城市出發有多少條不同之路徑走法抵達 G 城市 (依箭頭方向行進，同一條路徑不可以走二次)? (4 分)
- (3) 試問由 A 城市出發有多少條不同之路徑走法抵達 N 城市 (依箭頭方向行進，同一條路徑不可以走二次)? (6 分)

5. 計算： $999 \times 998998999 - 998 \times 999999998$ 。

(10 分)

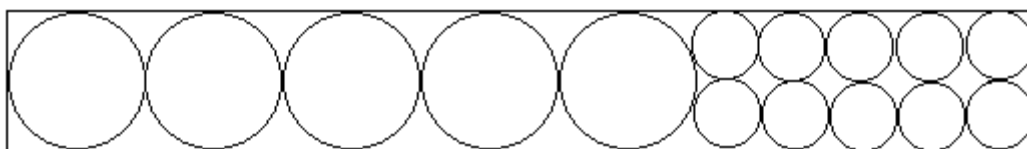
6. 如圖，半徑為 3 的大圓內部正好放置七個大小都相等的小圓，彼此相切，試求陰影部份的面積。

(12 分)



7. 現有四種郵票若干張，面值分別為 1 元、2 元、3 元、5 元，已知這些郵票總值為 400 元；試問可不可以用這些郵票去湊出總值為 300 元的郵票（規定每一種面值的郵票都必須使用到）？如果可以，則請你說明之；如果不可以，則請你說明之。  
(12 分)

8. 如果在一寬為 4 公分的長方形紙張上先剪出五個直徑為 4 公分的圓，再剪出十個直徑為 2 公分的圓來，其剪法排列方式如下圖所示：



- (1) 試問此長方形紙張其長至少需要多少公分才夠剪？ (8 分)
- (2) 是否能設計另一種剪法，仍然在寬為 4 公分的長方形紙張上剪出五個直徑為 4 公分及十個直徑為 2 的圓；但所用的長方形紙張的長比原來所用紙張的長較短些？請說明理由。 (8 分)