

參考解答：

第 1 題：星期三

民國 93 年 12 月 7 日到民國 100 年 12 月 7 日剛好整整是 7 年，轉換成西元 2004 年 12 月 7 日到 2011 年 12 月 7 日之間，只有在 2008 年是潤年，所以經過 $365 \times 7 + 1$ 天，因此民國 100 年 12 月 7 日是星期三。

第 2 題： 81, 86, 87

當分數達到 80 分以上至少要作對 17 題，因為總共 20 題，所以最多錯 3 題。因此情形可分為

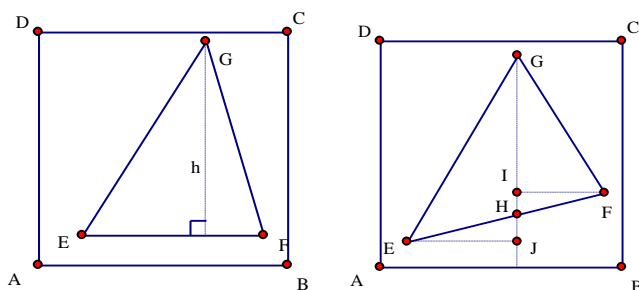
答對題數	17	17	17	17	18	18	18	19
答錯題數	3	2	1	0	2	1	0	1
不作答題數	0	1	2	3	0	1	2	0
總分	82	83	84	85	88	89	90	94

所以 81, 86, 87 三個分數不會出現在這次測驗得分中。

第 3 題：

(1)當正方形內部的三角形有一邊平行於正方形的某一邊時，如左下圖所示則 $EF < 10$ ，則此三角形點 G 對邊 EF 的高也平行正方形的另一邊，其長度 $h < 10$ ，所以

$$\Delta EFG \text{面積} = \frac{1}{2} \overline{EF} \times h < \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$



(2)如果三角形的三邊都與正方形的邊不平行時，則三頂點對四邊形的某一邊作垂線，必有一垂線將三角形分割成兩部分，如上右圖所示。因此

$$\overline{DH} < 10, \quad \overline{EJ} + \overline{FI} < 10$$

$$\Delta DEF \text{面積} = \Delta DEH \text{面積} + \Delta DHF \text{面積}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{DH} \times \overline{EJ} + \frac{1}{2} \overline{DH} \times \overline{FI}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{DH} \times (\overline{EJ} + \overline{FI})$$

$$< 50$$

第4題：(1)15個 (2)108個

- (1) 由圖觀察，對角線只要不經過格子點，每經過一條線就進入另一個方格。因為7與9互質，所以7×9的方格子它的對角線不會通過內部的格子點。因此從左到右通過方格的垂線有8條，由下往上的水平線有6條，加上原來出發的方格共15個方格。
- (2) 因為12與100有最大公因數4，所以12×100的方格子它的對角線會通過內部的格子點。因此可看成4個3×25的方格子連接，所以有4×(1+(3-1)+(25-1))=108

第5題：(5,5,10),(4,8,8),(4,5,20),(3,7,42),(3,8,24),(3,9,18),(3,10,15),(3,12,12)

可設三個正多邊形磁磚為正 a, b, c 邊形可以無縫隙繞一頂點拼合，其中 $3 \leq a \leq b \leq c$ 因此三個角的角度之和為360度。因此

$$\frac{(a-2) \times 180^\circ}{a} + \frac{(b-2) \times 180^\circ}{b} + \frac{(c-2) \times 180^\circ}{c} = 360^\circ$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots (*)$$

因為 $3 \leq a \leq b \leq c$ ，所以 $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b} \geq \frac{1}{c}$ 。

$$\Rightarrow \frac{3}{a} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow a = 3, 4, 5, 6$$

(1)當 $a=6$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{b} \geq \frac{1}{3} \Rightarrow b = 6, c = 6$$

(2)當 $a=5$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{2}{b} \geq \frac{1}{3} \Rightarrow 5 \leq b \leq 6 \Rightarrow (b, c) = (6, \frac{2}{15}), (5, 10)$$

其中 $(6, \frac{2}{15})$ 不合

(3)當 $a=4$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2}{b} \geq \frac{1}{4} \Rightarrow 5 \leq b \leq 8 \Rightarrow (b, c) = (8, 8), (7, \frac{3}{28}), (6, 12), (5, 20)$$

其中 $(7, \frac{3}{28})$ 不合

(4)當 $a=3$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2}{b} \geq \frac{1}{6} \Rightarrow 7 \leq b \leq 12$$

$$\Rightarrow (b, c) = (12, 12), (11, \frac{5}{66}), (10, 15), (9, 18), (8, 24), (7, 42)$$

其中 $(11, \frac{5}{66})$ 不合