

宜蘭縣第一屆蘭陽數學競賽活動

數學作文題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第一屆蘭陽數學競賽活動的數學作文題本，題本採單面印刷。測驗時間由 13：30 至 15：00，共 90 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

1. 請詳細閱讀題本中的敘述，並且參考本頁所列「步驟」，完成一篇數學作文。
2. 可利用題本中空白部分計算。
3. 答案本上請書寫清楚隊名與個人姓名，但不可故意污損答案本或試題本，否則該科不與計分。

參考步驟：

1. 研究本篇作文的評量表。
2. 就題本中的敘述進行研究瞭解。
3. 就「問題討論 1.」嘗試練習。
4. 研究「問題討論 2.」的內容。
5. 請用黑色或藍色原子筆書寫一篇關於「問題討論 2.」且文意完整的作文，避免流於簡答形式的作文，需訂正時得使用修正液或修正帶。

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

數字系統

一、數字系統的發展

從歷史的數字發展史來看，各地的人民，因為不同的生活環境，相異的生存競爭，和差別的解決問題的方法，創造了各式各樣的數字組合的系統，常見的有下列幾種：

(一) 埃及人用一直棍的象形代表一，用骨頭象形代表一十，用繩索代表一百、用蓮花代表一千，用手指代表一萬，用蝌蚪代表十萬，用吃驚的人表示百萬。南美巴拉圭土著人使用一手代表數目字五，二手代表一十，二手一足代表十五，二手二足代表二十。

(二) 希臘人，利用了數字的拼音文字的首始字母，代表該數字，例如：

$$\Gamma = \Gamma ENTA = 5, \Delta EKA = \Delta = 10。$$

(三) 古代數學多是研究曆法而生的。巴比倫人用六十作為單位，而且刻石作算法表來教導六十進位的基本運算，在公元前二千年巴比倫的 Semitic Hammurabir 王朝的廟宇學校裏，已發展出一套符號表示：1/3600, 1/600, 1/60, 1/10, 1, 10, 60, 600, 3600, 36000, 60 x 3600 等等，進位法系統已頗完備。

(四) 原始民族中，用 2 來作基底者不少，「非此即彼」的認識觀念當時該是主要的。

(五) 美中洲的「馬雅文化」(Mayan Cultural) 的數字系統中，他們第一個數字基底用 20，第二個以後改用 18，因而進位法是 0, 20, 360, 7200, 144000 等，這個原因是為了周天三百六十度之故。

在人類發展過程的歷史中，各地民眾為了地區上的個別需要和限制，發明了數字系統。原始的數字系統應是簡單而且是整數性的。後來為了大數目的表現碰上困難，利用了變換組合來表達，但這種組合不方便於計算，有時統一起來形成了今日的進位法系統。只是在發展過程中，難免用不同的基底來作進位法。

這幾種數字系統，都含有進位意義。其實，只要有一點數字觀念，立刻便出現「進位」這個必須且當然的發展。純用一個基底數字作為進位的數字系統，在現實生活和歷史過程中，幾乎絕無僅有，實無須強言「時刻」單位，秒、分、時是組合而非進位。數字系統內是可以改進位基數的。進位觀念引入數字系統，為人類對事物控制過程中的方便而已，不必削足就履，為了一個規則律則，一定要大加修改人的生活習慣。自然，近年來，人群的生活範圍擴大，因而世界各國為著避免不必要的混亂和糾紛，漸趨向使用共同的一種度量衡等制度，都有世界大同的好意存在的。

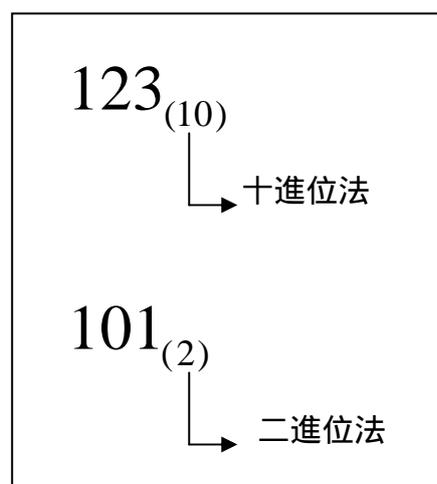
由於人類兩手拾指的天生條件；十進位法因而出生。但世界各地卻不一定做同一種考慮。每一個都很可能，而且實際上也曾用過作為基底，在數學上，各有各的優點及應用的範圍，但也有其極限。人類進步到用進位法來表示數字是歷史上一件大事，也是人類知識的一個里程碑。但依據研究的結果，用 10 或用其他合適的基底來作進位法，並不影響任何世界事件，也不曾影響數學的進展。

二、進位法的計算

1、十進位

目前世界上統一的數字系統，逢十進一。

例： $123_{(10)} = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$
 $4567_{(10)} = 4 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 7 \times 10^0$



2、二進位

「非此即彼」的觀念，逢二進一。

例： $1_{(10)} = 1_{(2)}$

$1_{(10)} = 1_{(2)}$
 $2_{(10)} = 10_{(2)}$
 $3_{(10)} = 11_{(2)}$
 $4_{(10)} = 100_{(2)}$
 $5_{(10)} = 101_{(2)}$
 $6_{(10)} = 110_{(2)}$

* 十進位轉換成二進位

$19_{(10)} = 10011_{(2)}$

計算方式：

$$\begin{array}{r} 19 \div 2 = 9 \dots\dots 1 \uparrow \\ 9 \div 2 = 4 \dots\dots 1 \\ 4 \div 2 = 2 \dots\dots 0 \\ 2 \div 2 = 1 \dots\dots 0 \end{array}$$

$30_{(10)} = 11110_{(2)}$

計算方式：

$$\begin{array}{r} 30 \div 2 = 15 \dots\dots 0 \uparrow \\ 15 \div 2 = 7 \dots\dots 1 \\ 7 \div 2 = 3 \dots\dots 1 \\ 3 \div 2 = 1 \dots\dots 1 \end{array}$$

* 二進位轉換成十進位

$1100_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 12_{(10)}$

$10101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 21_{(10)}$

3、十二進位

十進位中的 1~11 在十二進位中以 123456789AB 表示

* 十進位轉換成十二進位

$$47_{(10)} = 3B_{(12)} \quad \text{計算方式：} \quad 47 \div 12 = 3 \cdots 11$$

$$270_{(10)} = 1A6_{(12)} \quad \text{計算方式：} \quad \begin{array}{l} 270 \div 12 = 22 \cdots 6 \\ 22 \div 12 = 1 \cdots 10 \end{array}$$

* 十二進位轉換成十進位

$$123_{(12)} = 1 \times 12^2 + 2 \times 12^1 + 3 \times 12^0 = 171_{(10)}$$

$$5B_{(12)} = 5 \times 12^1 + 11 \times 12^0 = 71_{(10)}$$

三、問題討論：

1、請計算(1) $99_{(10)} = \underline{\hspace{2cm}}_{(12)} = \underline{\hspace{2cm}}_{(2)}$

(2) $100100_{(2)} = \underline{\hspace{2cm}}_{(10)} = \underline{\hspace{2cm}}_{(12)}$

(3) $AB_{(12)} = \underline{\hspace{2cm}}_{(10)} = \underline{\hspace{2cm}}_{(2)}$

2、遙遠的銀河系中，有一個叫做蘭陽的星球，公轉一圈是 405 個地球日，自轉一圈是 3 個地球日，無黑夜，只有白天；蘭陽星球擁有三顆衛星，三顆衛星繞行一圈分別為 24 個地球日、36 個地球日與 60 個地球日，上面住著一群喜愛數學的民族，叫做噶瑪蘭族，噶瑪蘭人的身體構造與地球人不同，大頭大眼，身材圓滾滾，擁有四支手，每支手有三根手指；四支腳，每支腳有六根腳指。如果今天你是蘭陽星球上最偉大的數學家-規三導，依序回答下列問題。

- (1) 配合蘭陽星球的天文及噶瑪蘭族人的特徵，你會創造哪一種數字系統呢？請自創數字系統的符號，不可使用阿拉伯數字及英文字母。
- (2) 此數字系統是純用一個基底數字作為進位的數字系統嗎？如果是，此數字系統是多少進位？如果不是，它的規則律則又是如何？
- (3) 你是根據何種理念創造數字系統的？請詳述之。
- (4) 如何計算加法、減法、乘法、除法？請敘述它的計算規則。
- (5) 四則運算的法則，例如：先乘除後加減的規定，交換律結合律的使用。

(發揮你的想像力、創造力，詳細的將想法紀錄，撰寫出一篇文意完整的作文，避免流於簡答形式)

數字系統 評量表								
數字系統	評分項目	S	T	U	V	W	X	缺
	計算題--進位法的換算(20分)							
	數字系統的符號有意義(10分)							
	數字系統的規則律則合乎邏輯(10分)							
	數字系統的發展過程敘述完整(10分)							
	加、減、乘、除法的計算規則分析完整，四則運算的法則明確不衝突(10分)							
整體性	考慮周詳、觀察入微且極具創意(10分)							
	數字系統的實際計算簡單方便，實用性高(10)							
	使用數學技巧分析問題，合乎邏輯的程序解決問題，且清楚標示出每個步驟。(10)							
	文意流暢，敘述完整，字體工整(10)							

細目總分 10 分：

S(10)	T(8)	U(6)	V(5)	W(3)	X(1)	缺(0)
-------	------	------	------	------	------	------

六個等級：X, W, V, U, T, S

S：非常完整，達到標準

T：相當好，但需要補充

U：大部分不錯，但有一些缺失

V：大部分不好，但有一些優點

W：相當弱，略顯不足

X：非常差