

# 拔「數」尋根數學競賽試題卷 961207~961214

年 班 號 姓名：

## 誰說一定要用圓規作圖？

如下圖，為一以  $\overline{BC}$  為直徑之半圓與  $\triangle ABC$ ，今不可使用尺規作圖，僅可使用一無刻度的直尺，求作  $\triangle ABC$  之  $\overline{BC}$  上的高。

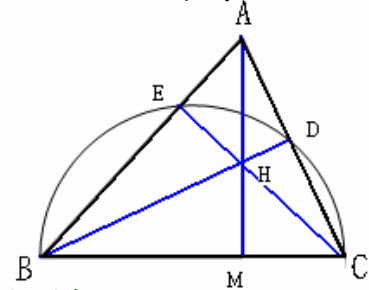
請說明求作過程所用之定理或定義。

證明:1. 連接  $\overline{CE}$   $\overline{BD}$  寫兩線段交於 H

$\therefore \angle BEC = \angle BDC = 90^\circ$  (半圓圓周角  $= 90^\circ$ )

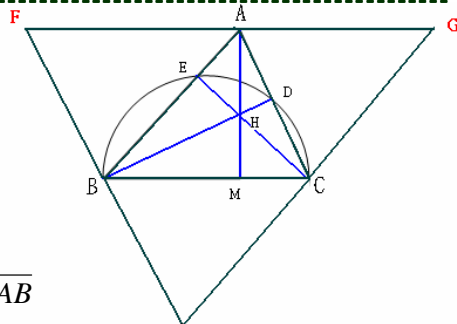
2. 連接  $\overline{AH}$  且交  $\overline{BC}$  於 M ( $\because$  三角形三高交於同一點)

$\overline{AM}$  即為所求



-----上面即可-----

※ 為何三角形三高交於同一點？



1. 分別過 A, B, C 作  $\overline{FG} \parallel \overline{BC}$   $\overline{FH} \parallel \overline{AC}$   $\overline{HG} \parallel \overline{AB}$

2.  $\because$  四邊形 AFBC 與四邊形 ABCG 與四邊形 ABHC 均為平行四邊形

$\therefore \overline{AC} = \overline{FB} = \overline{BH}$ ,  $\overline{AB} = \overline{HC} = \overline{CG}$ ,  $\overline{BC} = \overline{AF} = \overline{AG} \Rightarrow A, B, C$  為中點  $\dots\dots ①$

又  $\because \overline{FH} \parallel \overline{AC}$  且  $\angle BDC = 90^\circ$

$\therefore \angle BDC = \angle DBH = 90^\circ$  (內錯角相等)  $\dots\dots ②$

3. 由 ① ② 得知  $\overline{BD}$  為  $\overline{FH}$  中垂線

同理  $\overline{CE}$  為  $\overline{GH}$  中垂線,  $\overline{AM}$  為  $\overline{FG}$  中垂線

4. 在  $\triangle FGH$ , 由外心得知三中垂線交於同一點

$\Rightarrow$  **三角形三高交於同一點**