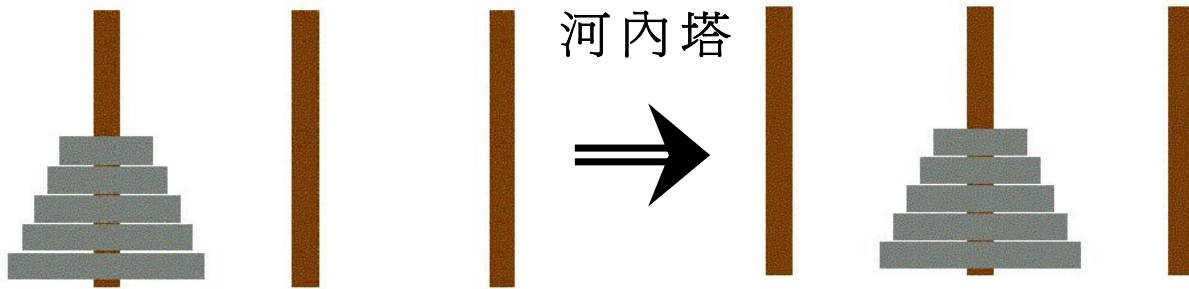


拔「數」尋根數學競賽試題卷 961109~961116

年 班 號 姓名：



1. 請問移動 5 塊方塊到右邊任一個柱子上，至少需 31 次。

$n = 1$ ，需移動 1 次 ($1 = S_1$)

$n = 2$ ，需移動 $1 * 2 + 1$ 次 ($3 = S_2 = S_1 * 2 + 1$)

$n = 3$ ，需移動 $3 * 2 + 1$ 次 ($7 = S_3 = S_2 * 2 + 1$)

$n = 4$ ，需移動 $7 * 2 + 1$ 次 ($15 = S_4 = S_3 * 2 + 1$)

$n = 5$ ，需移動 $15 * 2 + 1$ 次 ($31 = S_5 = S_4 * 2 + 1$)

2. 請問移動塊 15 塊方塊到右邊任一個柱子上，至少需 32767 次。

n 個方塊需移動幾次？移動 n 個方塊時，移動上面 $n-1$ 個方塊到另一根柱子上次數需 S_{n-1} 次，在將底下最大的方塊移至另一根柱子上，最後再把那 $n-1$ 個方塊移到有最大方塊的柱子上，因此總共需要 $S_{n-1} + 1 + S_{n-1}$ 次 = S_n 。

所以， $S_n = S_{n-1} * 2 + 1$ ，因此 $S_{15} = S_{14} * 2 + 1$ ， $S_{14} = S_{13} * 2 + 1$ ， $S_{13} = S_{12} * 2 + 1$ ， $S_{12} = S_{11} * 2 + 1$ ， $S_{11} = S_{10} * 2 + 1$ ， $S_{10} = S_9 * 2 + 1$ ， $S_8 = S_7 * 2 + 1$ ， $S_7 = S_6 * 2 + 1$ ， $S_6 = S_5 * 2 + 1$ ， $S_5 = S_4 * 2 + 1$ ， $S_4 = S_3 * 2 + 1$ ， $S_3 = S_2 * 2 + 1$ ， $S_2 = S_1 * 2 + 1$ ， $S_1 = 1$ ，再由 S_1 反推 S_{15} 。