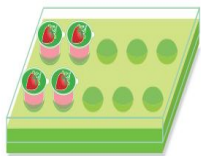
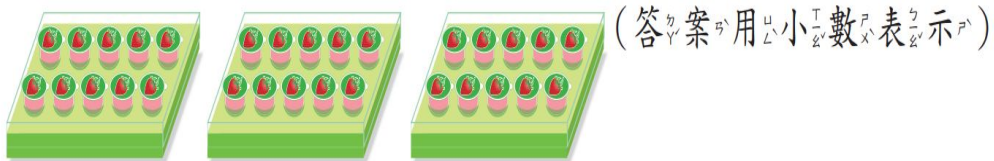


這些數學題目
看起來有什麼
不同嗎？



1 一盒果凍有 10 個，下面共有幾盒果凍？



2 小傑有 2.2 瓶牛奶，小玲的牛奶比小傑少 0.9 瓶，小玲有幾瓶牛奶？

3 15.5 的十位數字是 ()，十分位數字是 ()。

4 用直式算算看：

① $1 - 0.1$

5 用直式算算看：

① $0.7 + 0.2$

6 大雄批發商原有 10 桶香油，賣掉 2.3 桶，還剩下幾桶香油？

概念理解



對概念、運算和關係的理解，這通常能幫助學生**掌握事實**之間的連結和相似性。

程序知識



實施適當程序的**靈活性**、**準確性**和**有效性**，技能的熟練包括何時以及如何使用程序知識。

解題思考



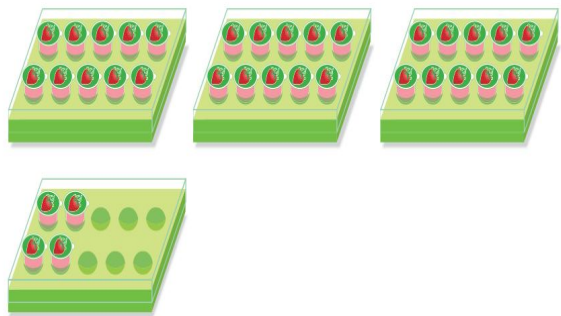
制定、表示和解決數學問題的能力，有時需要進行推理，並透過各種過程、事實和概念的探索以找到解決方案。

概念理解

程序知識

解題思考

1 盒「果凍」有 10 個，下面共有幾盒「果凍」？



(答案用小小數表示)

() 盒

概念理解

15.5 的十分位數字是 ()，百分位數字是 ()。

程序知識

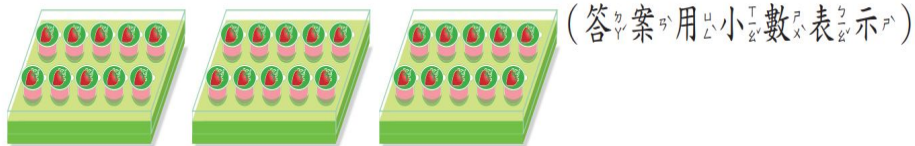
解題思考

對概念、運算和關係的理解，這通常能幫助學生掌握事實之間的連結和相似性。

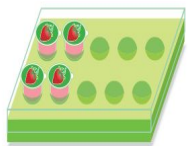
概念理解



1 盒果凍有 10 個，下面共有幾盒果凍？



(答案用小數表示)



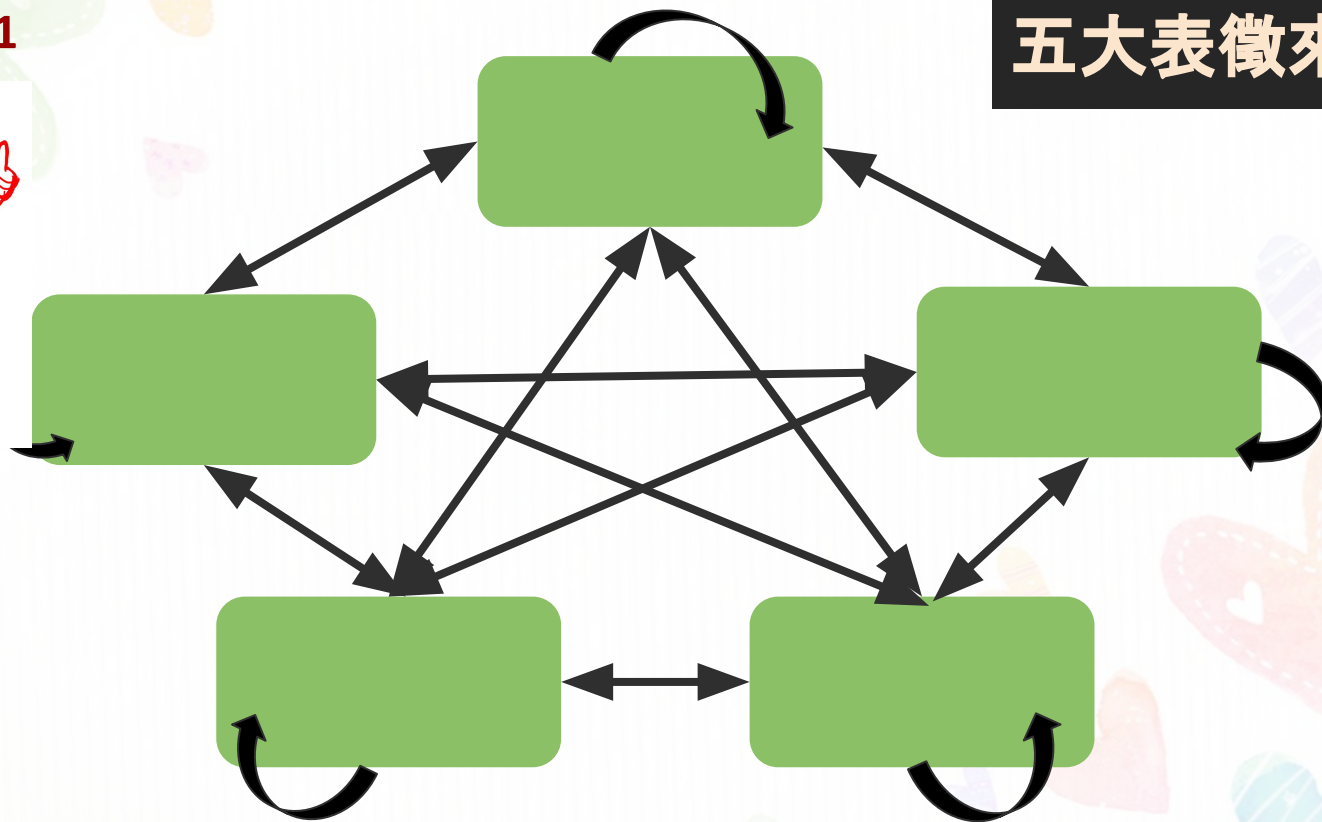
() 盒

15.5 的十位數字是 ()，十分位數字是 ()。

指導心法1



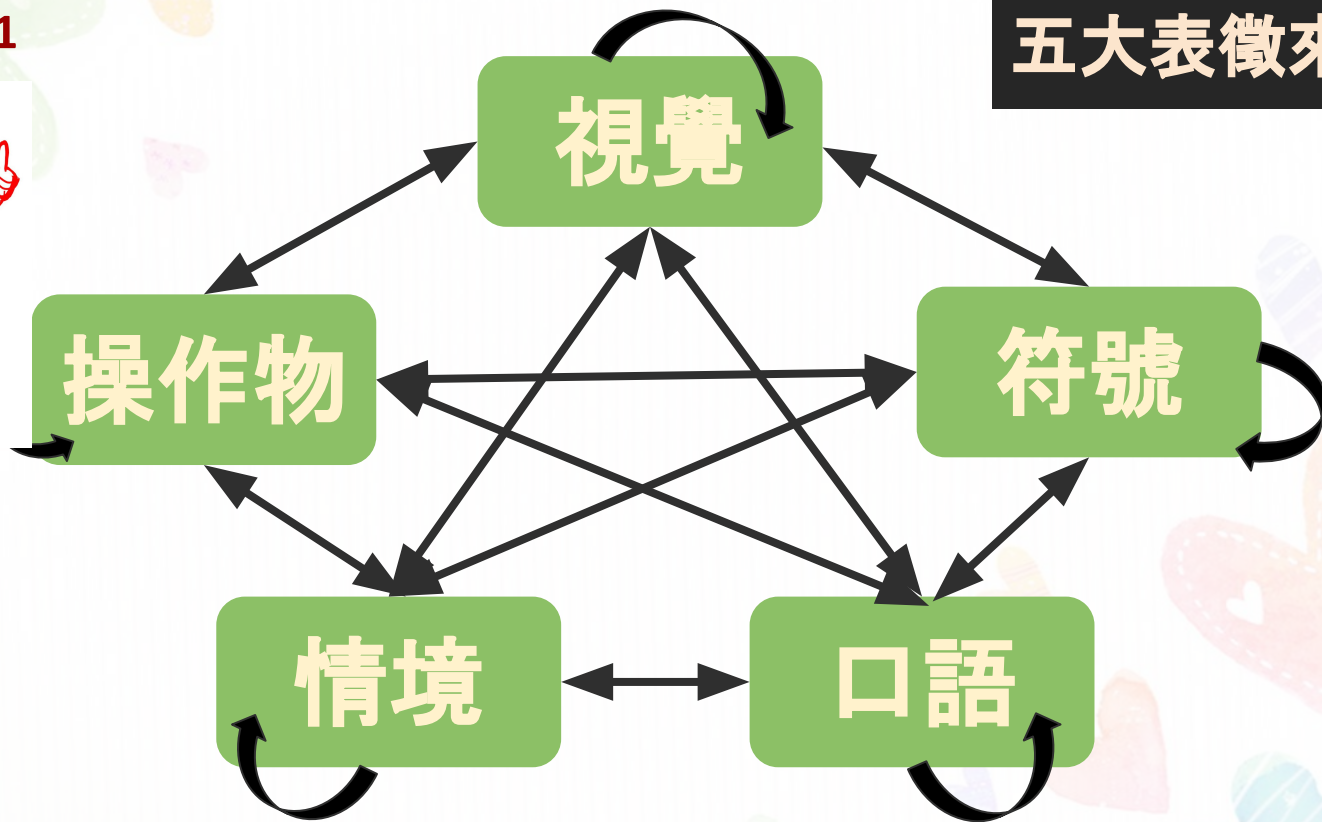
五大表徵來連結



指導心法1



五大表徵來連結



二年級 分數單元

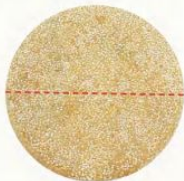


活動 | 平均分

情境

① 阿丫姨要訂婚了！附件 17

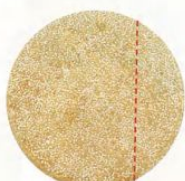
把一個圓形喜餅，平均分給 2 個人。
說說看看，下列圖畫的分法有平均分嗎？



甲



乙



丙

我把附件剪開，再疊疊看。



平分就是每個
人分到的一樣多。



視覺

操作物

② 妹妹只拿了這一條緞帶。附件 18

① 平分分成 2 段，可以怎麼分？



② 平分分成 4 段，可以怎麼分？



③ 平分分成 8 段呢？



我把緞帶對摺再打開，就能平分分成 2 段。



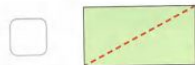
操作物

視覺

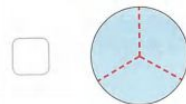
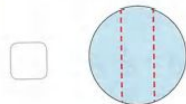
做做看

下面圖畫的圖卡有平均分嗎，在 裡打 \checkmark 。附件 19

① 平分分成 2 份。



② 平分分成 3 份。



二年級 分數單元

情境

活動 2 幾分之幾

1 分酥餅

一個酥餅平均分成 2 份，妹妹只吃了其中的一份，是吃了几几个酥餅？

1 塊。

妹妹吃的

半個。

視覺



要怎麼表示「把一個酥餅平均分成 2 份中的 1 份」是幾個酥餅呢？



把一個酥餅平均分成 2 份，其中的一份是「二分之一」個。「二分之一」記成 $\frac{1}{2}$ 。

想想看， $\frac{1}{2}$ 個酥餅的 2 表示什麼？1 表示什麼？



$\frac{1}{2}$ 個酥餅中的 2 表示一個酥餅平均分成 2 份，1 表示其中的一份。

口語

符號

2 一個酥餅平均分成 4 份，其中的一份是幾個酥餅？



一個酥餅平均分成 4 份，1 份是 $\frac{1}{4}$ 個酥餅。

3 一個酥餅平均分成 8 份，其中的一份是幾個酥餅？



視覺

像 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 這樣的數，叫做分數。

$\frac{1}{2}$ ← 橫線上的數是分子
 $\frac{1}{2}$ ← 橫線下的數是分母

口語

符號

2 把 1 公尺長的彩帶平均分成 6 段，一段是幾公尺？



為什麼
要連結五大表徵？

二年級 分數單元

活動 2 幾分之一

1 分酥餅

情境

一個酥餅平均分成 2 份，妹妹吃了其中的一份，是吃掉了多少個酥餅？

1 塊。

妹妹吃的

視覺



半個。



視覺

要怎麼表示「把一個酥餅平均分成 2 份中的 1 份」是幾個酥餅呢？



把一個酥餅平均分成 2 份，其中的一份是「二分之一」個。「二分之一」記成 $\frac{1}{2}$ 。

口語

想想看， $\frac{1}{2}$ 個酥餅的 2 表示什麼？1 表示什麼？



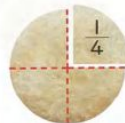
$\frac{1}{2}$ 個酥餅中的 2 表示一個酥餅平均分成 2 份，1 表示其中的一份。

符號

視覺

視覺

2 一個酥餅平均分成 4 份，其中的一份是幾個酥餅？



一個酥餅平均分成 4 份，1 份是 $\frac{1}{4}$ 個酥餅。

視覺

3 一個酥餅平均分成 8 份，其中的一份是幾個酥餅？



視覺

視覺

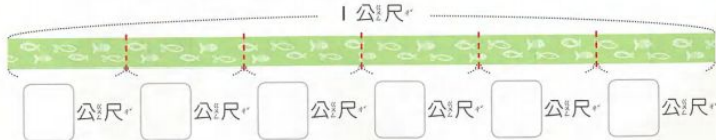
像 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 這樣的數，叫做分數。

$\frac{1}{2}$ ← 橫線上方的數是分子
2 ← 橫線下方的數是分母

口語

符號

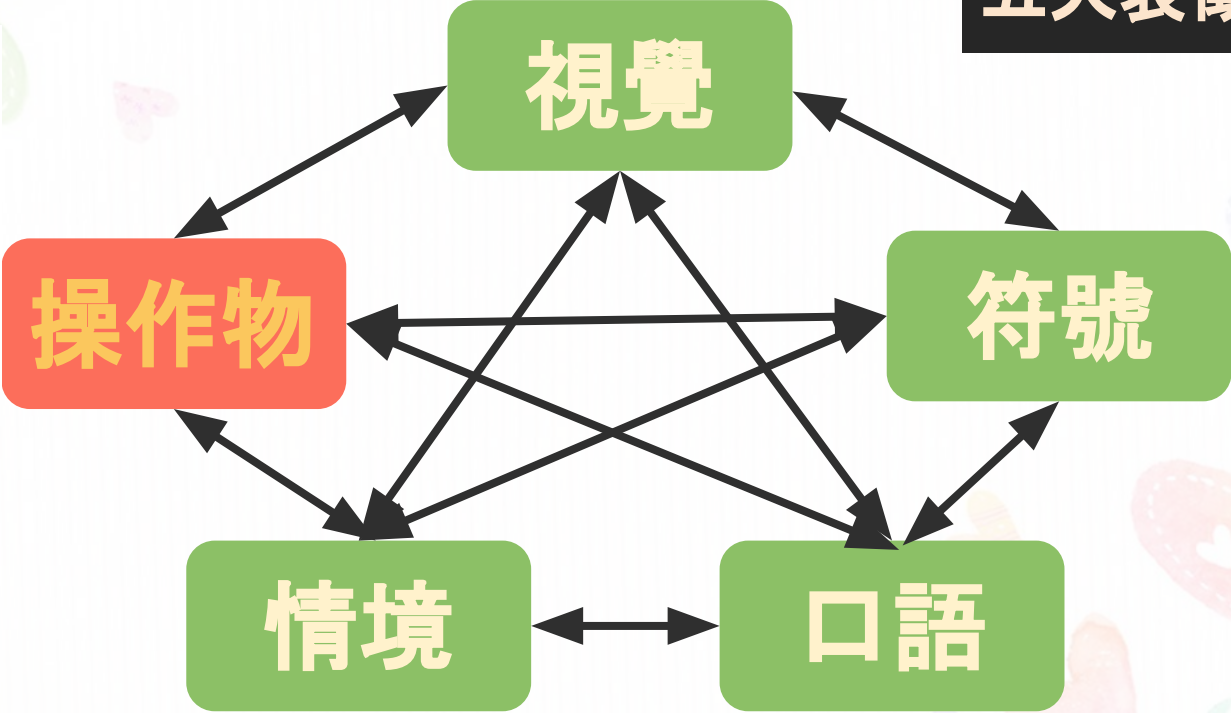
2 把 1 公尺長的彩帶平均分成 6 段，一段是幾公尺？



指導心法1



五大表徵來連結



二年級 分數單元

活動 2 幾分之一

1 分酥餅

一個酥餅平均分成 2 份，妹妹吃了其中的一份，是吃了多少個酥餅？

1 塊。

妹妹吃的



半個。



情境

視覺

要怎麼表示「把一個酥餅平均分成 2 份中的 1 份」是幾個酥餅呢？



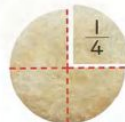
把一個酥餅平均分成 2 份，其中的一份是「二分之一」個。「二分之一」記成 $\frac{1}{2}$ 。

口語

操作物

符號

2 一個酥餅平均分成 4 份，其中的一份是幾個酥餅？



一個酥餅平均分成 4 份，1 份是 $\frac{1}{4}$ 個酥餅。

3 一個酥餅平均分成 8 份，其中的一份是幾個酥餅？



視覺

操作物

像 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 這樣的數，叫做分數。

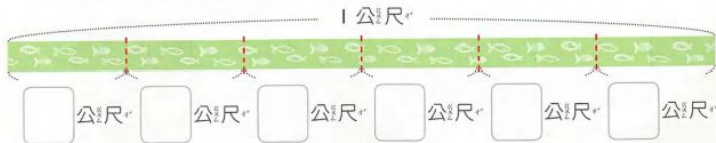
$\frac{1}{2}$ ← 橫線上的數是分子

$\frac{1}{2}$ ← 橫線下的數是分母

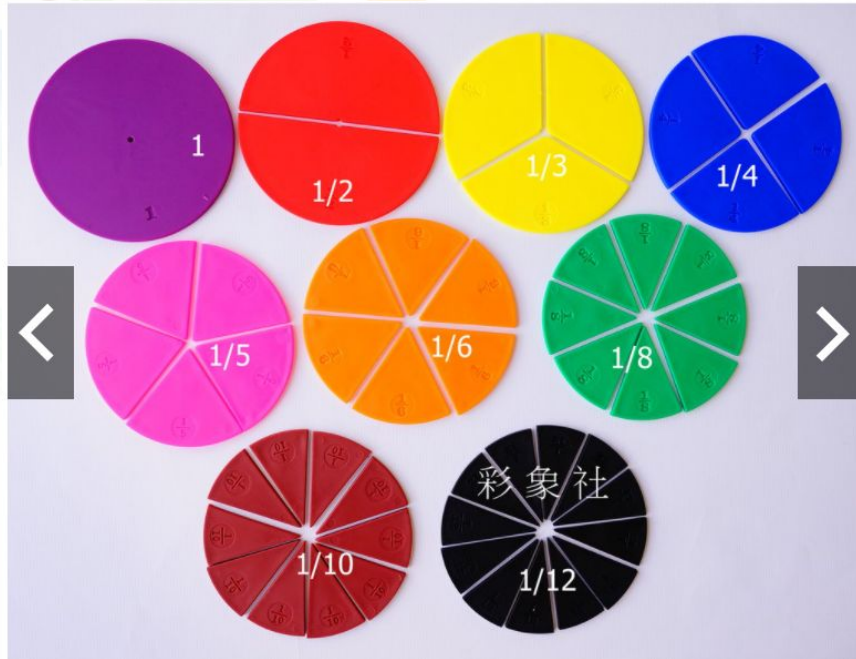
口語

符號

2 把 1 公尺長的彩帶平均分成 6 段，一段是幾公尺？



教具操作神物1





長條分數板與圓形分數板的使用：

長條分數板：

1. 學生容易察覺分母愈大，分數值就愈小
2. 學生容易察覺等值分數

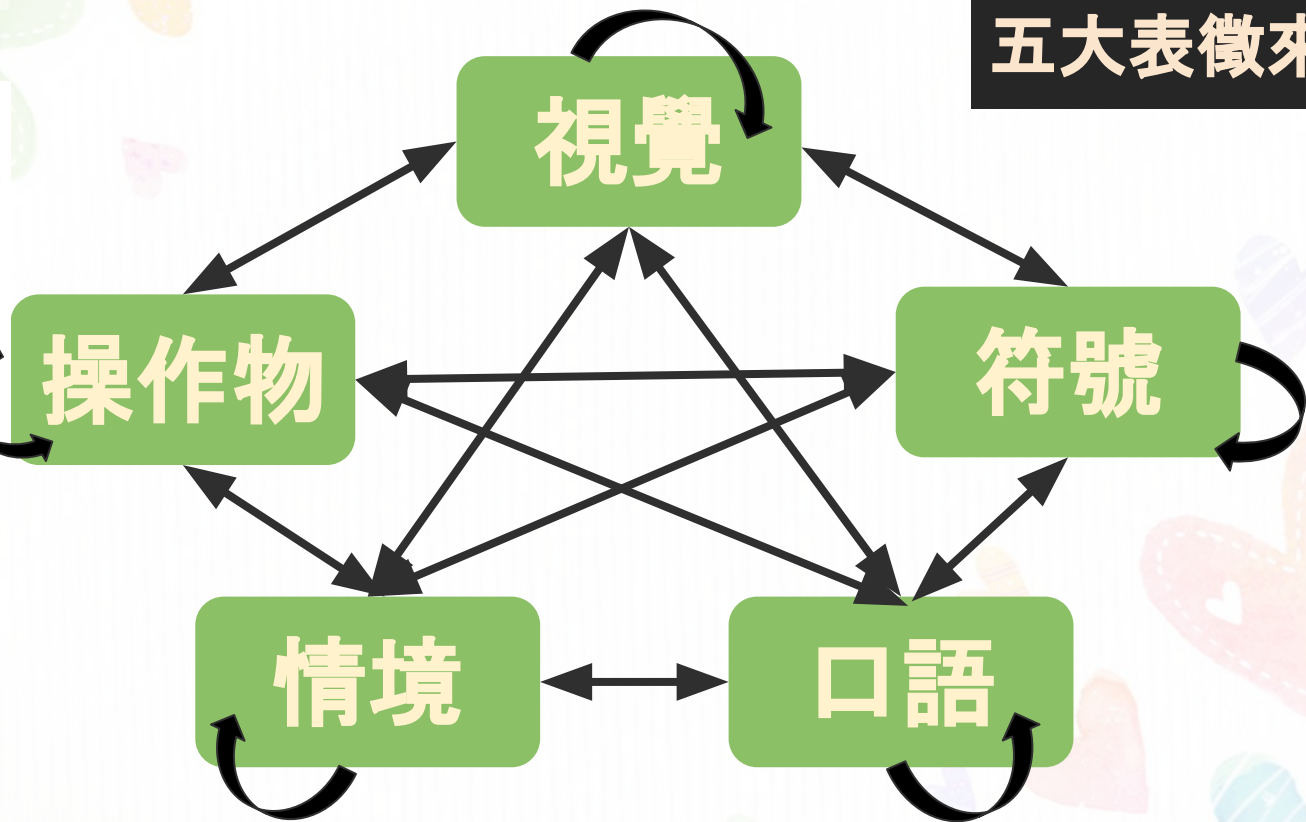
圓形分數板：

1. 學生容易察覺拼湊成1的各式分數
2. 1以內的分數拆解
4. 帶分數與假分數的互換

指導心法1



五大表徵來連結



公倍數單元

2-3 公因數和最大公因數

① 20 和 30 各有哪些因數？有哪些因數是共同的？



先分別找出 20 和 30 的所有因數，再把共同的因數圈起來。

20 的因數有 1、2、4、5、10、20

30 的因數有 1、2、3、5、6、10、15、30

20 和 30 共同的因數有 1、2、5、10

1、2、5、10 是 20 和 30 共同的因數，叫作 20 和 30 的**公因數**。公因數中，最小的是 1。



② 12 和 18 的公因數有哪些？最大的公因數是多少？

12 的因數有 1、2、3、4、6、12

18 的因數有 1、2、3、6、9、18

12 和 18 的公因數有 1、2、3、6

最大的公因數是 6

12 和 18 的公因數中，最大的是 6，所以 6 是 12 和 18 的**最大公因數**。



③ 8 個梨子和 12 個蘋果平分放在盒子裡，每盒的梨子一樣多，每盒的蘋果也一樣多，全部分完，有哪幾種分法？



每盒的梨子一樣多，可以分成 1、2、4、8 盒，是 8 的因數。

每盒的蘋果一樣多，可以分成 1、2、3、4、6、12 盒，是 12 的因數。



8 的因數有 1、2、4、8

12 的因數有 1、2、3、4、6、12

8 和 12 的公因數有 1、2、4

找出相同盒數也就是 8 和 12 的公因數。



答：可分為 1 盒、2 盒或 4 盒

符號

口語

情境

公倍數單元

2-2 公因數

本節配合習作第18~19頁

1 認識公因數

12和18分別有哪些因數？有哪些是共同的因數？

12的因數：1、2、3、4、6、12

18的因數：1、2、3、6、9、18

12和18共同的因數：1、2、3、6



由①可以知道，1、2、3、6都是12和18共同的因數，也可以說1、2、3、6都是12和18的**公因數**。

5 公因數的應用(平均分組問題)

操場上有男生8人，女生12人，要合起來分組玩遊戲。

- ①每組的男生人數要一樣多，每組的女生人數也要一樣多，如果分成2組，男生和女生都可以全部分完嗎？

$$8 \div 2 = 4 \quad \leftarrow \text{每組男生有4人。}$$

$$12 \div 2 = 6 \quad \leftarrow \text{每組女生有6人。}$$

2可以整除8，2也可以整除12，所以2是8和12的公因數。



第一組

男生4人
女生6人

第二組

男生4人
女生6人

2-3 最大公因數

本節配合習作第20~21頁

1 認識最大公因數

36和54的公因數有哪些？最大的是多少？

36的因數：1、2、3、4、6、9、12、18、36

54的因數：1、2、3、6、9、18、27、54

36和54的公因數：_____

最大的是_____。



36和54的所有公因數中，最大的是18。我們稱18是36和54的**最大公因數**。

符號

口語

情境

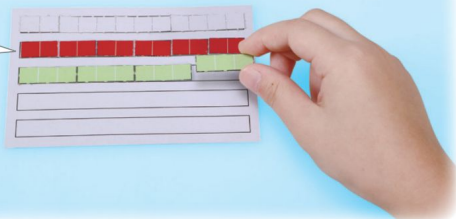
公倍數單元

活動 3 公因數和最大公因數

① 拿出附件做做看，用相同長度的積木（長度為整公分），排出指定長度的紙條。（附件 3）

① 要排 12 公分長的紙條，可以用幾公分長的相同積木排呢？

可以用 1 公分、
2 公分、3 公分……



② 要排 18 公分長的紙條，可以用幾公分長的相同積木來排呢？

說說看，你選擇積木的長度都是 18 的因數嗎？

③ 想想看，要同時排出 12 公分和 18 公分長的紙條，可以用哪些長度的積木來排呢？

這些積木中最長的是幾公分？

操作物

符號

口語

情境

② 12 的因數有哪些？18 的因數有哪些？

12 的因數：1、2、3、4、6、12

18 的因數：1、2、3、6、9、18

哪些數是 12 的因數，同時也是 18 的因數？

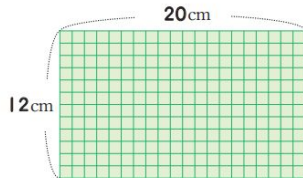


同時是 12 的因數和 18 的因數有 1、2、3、6

像這樣，1、2、3、6 同時是 12 和 18 的因數，我們就說 1、2、3、6 是 12 和 18 的**公因數**。公因數中最大的數稱為**最大公因數**，例如：6 是 12 和 18 的最大公因數。

④ 有一張長 20 公分、寬 12 公分的長方形方格紙。婉容想把它全部剪成一樣大小的正方形，且正方形的邊長為整公分。

（附件 4）



① 想想看，正方形的邊長可以是 1 公分嗎？為什麼？

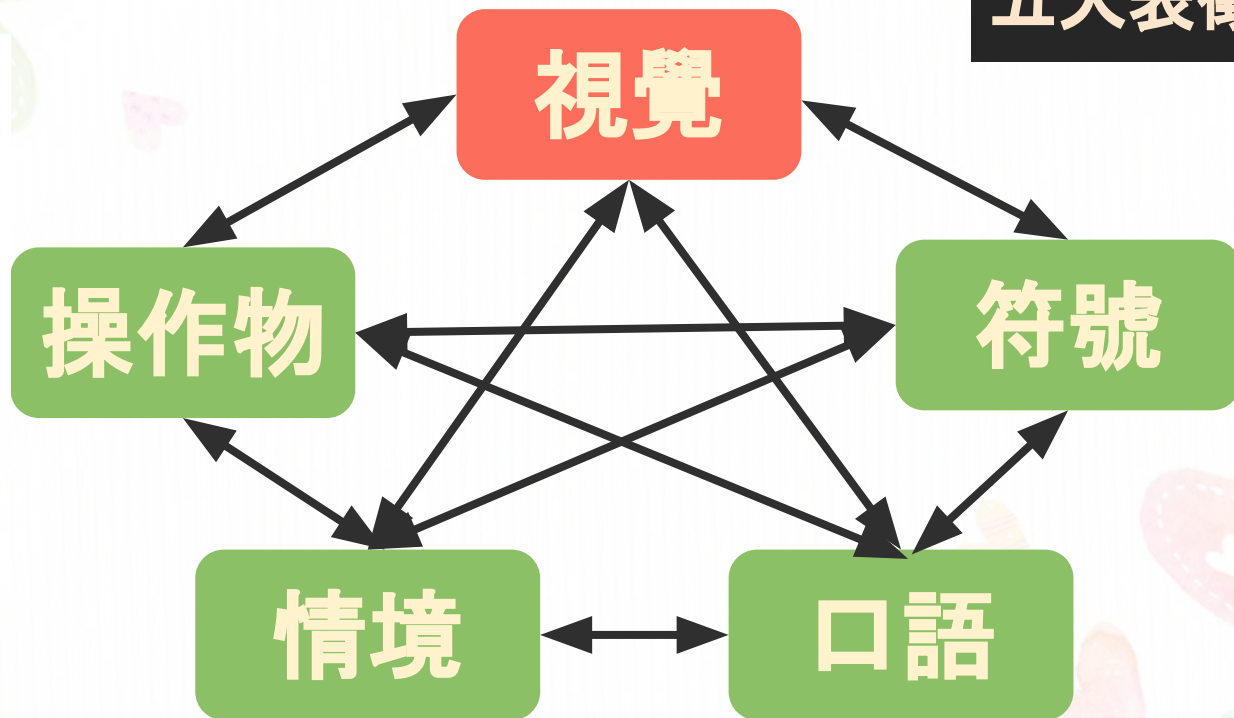


正方形邊長可以是 1 公分，因為 1 公分可以同時整除長 20 公分和寬 12 公分。

指導心法1

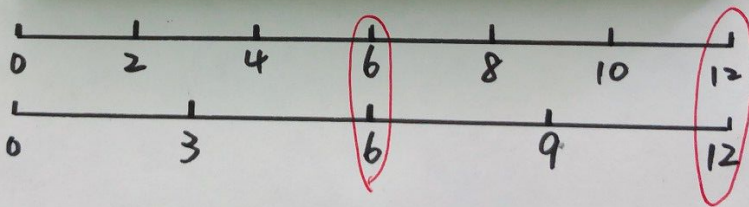


五大表徵來連結



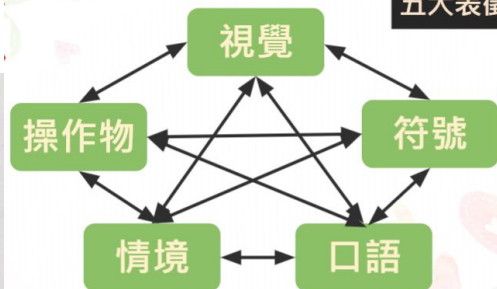
公
倍
數

Ex: 2和3的公倍數有哪些?
最小公倍數是多少?



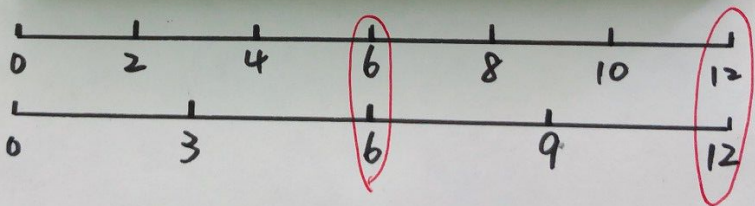
2和3的公倍數有6、12、...，6是2和3的最小公倍數。

五大表徵來連結



公
倍
數

Ex: 2和3的公倍數有哪些?
最小公倍數是多少?

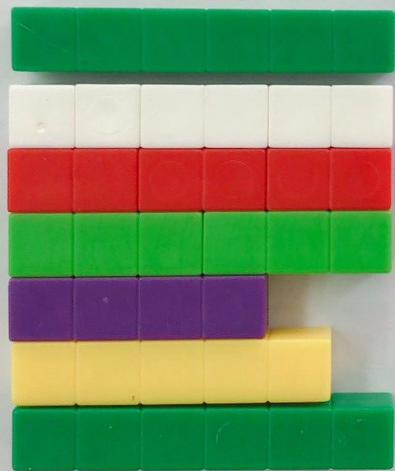


2和3的公倍數有6、12、...，6是2和3的最小公倍數。

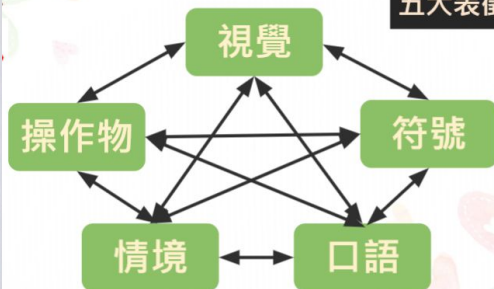


古氏積木~~可以怎麼用?????

主題: 數與計算

內容	例子
因數	<p>Ex: 6的因數有哪些?</p>  <p>$6 \div 1 = 6$ $6 \div 2 = 3$ $6 \div 3 = 2$ $6 \div 4 = 1 \cdots 2$ $6 \div 5 = 1 \cdots 1$ $6 \div 6 = 1$ 6可以被1、2、3、6整除。</p>





古氏積木~~可以怎麼用?????

主題: 數與量之數與計算

內容	例子
數數	<p>1個1數, 從1數到20</p> <p>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 20</p>  <p>2, 4, 6, 8, 10 20</p>  <p>5, 10 20</p>  <p>10 20</p> 

乘法



2 有 (1) 個, 合起來是 (1)

2 有 (1) 個, 合起來是 2

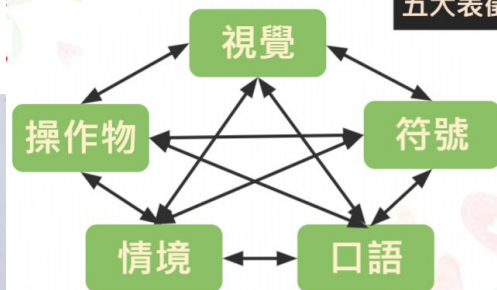


2 有 2 個, 合起來是 4



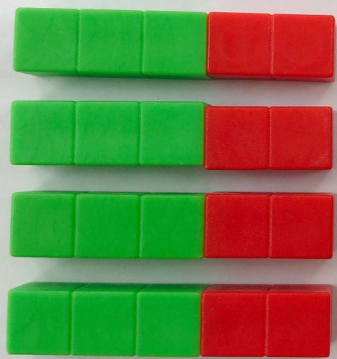
2 有 3 個, 合起來是 6

五大表徵來連結

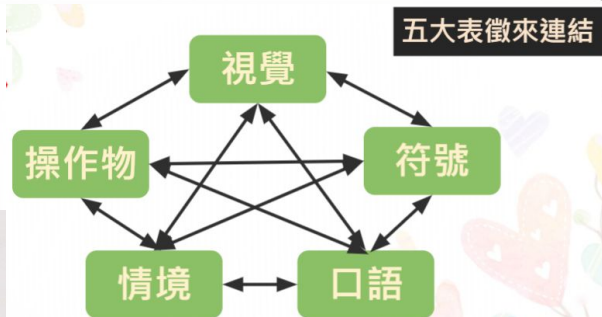
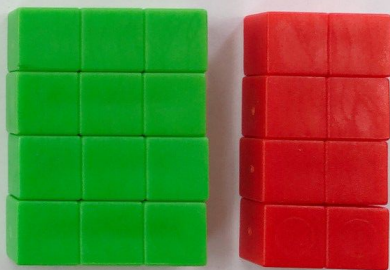


乘法分配律

Ex: $(3+2) \times 4 = 3 \times 4 + 2 \times 4$



$(3+2) \times 4 = 3 \times 4 + 2 \times 4$



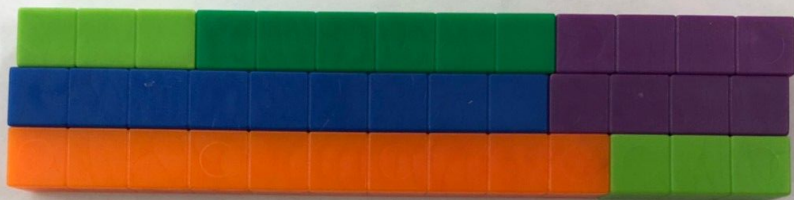
內容

例子

加

$$\text{Ex: } 3 + 6 + 4$$

法



結
果

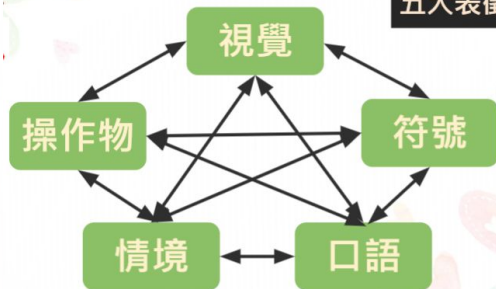
$$\begin{aligned} & 3 + 6 + 4 \\ & = 9 + 4 \\ & = 13 \end{aligned}$$

合
律



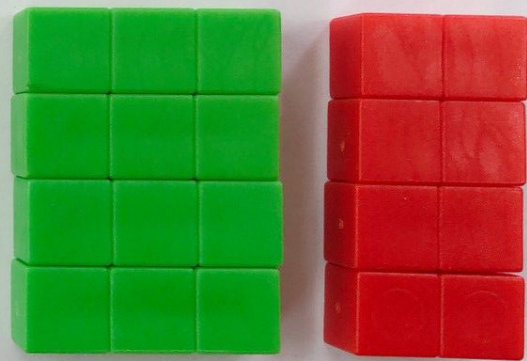
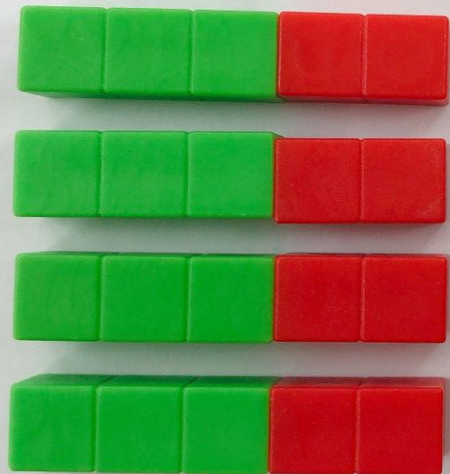
$$\begin{aligned} & 3 + 6 + 4 \\ & = 3 + 10 \\ & = 13 \end{aligned}$$

五大表徵來連結



乘法分配律

Ex:
 $(3+2) \times 4 = 3 \times 4 + 2 \times 4$

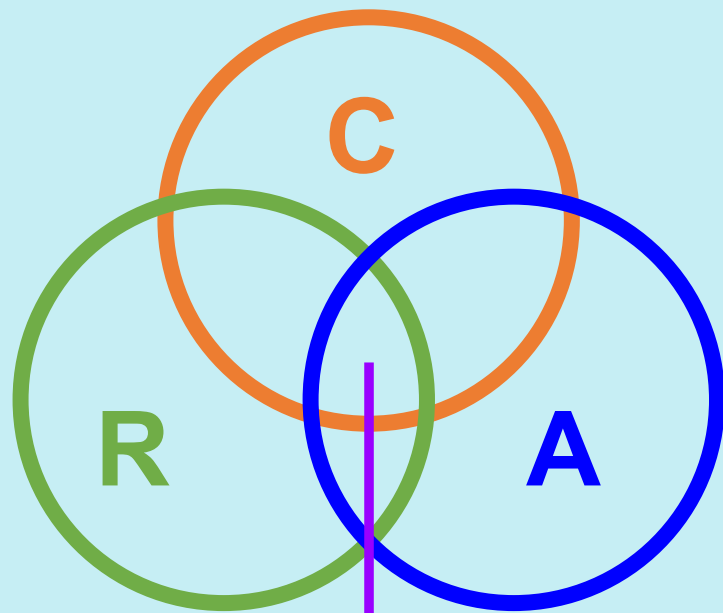


$$(3+2) \times 4 = 3 \times 4 + 2 \times 4$$

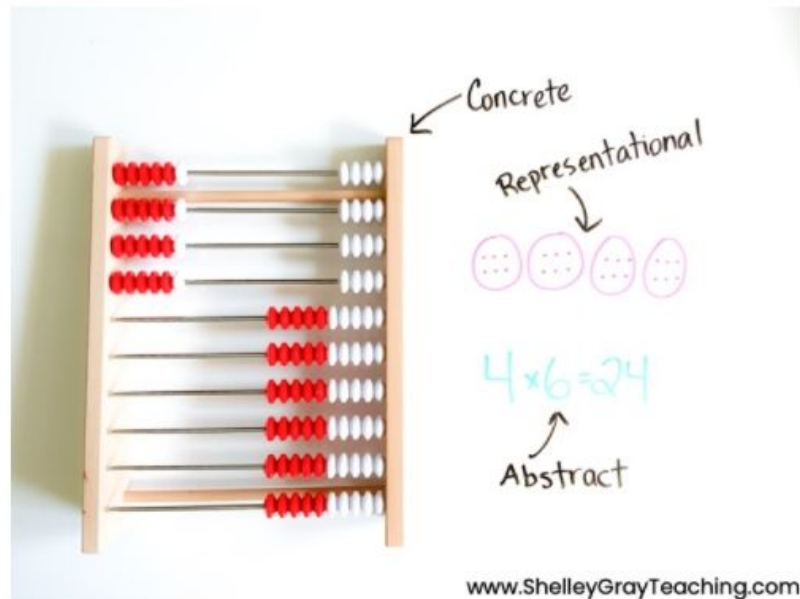
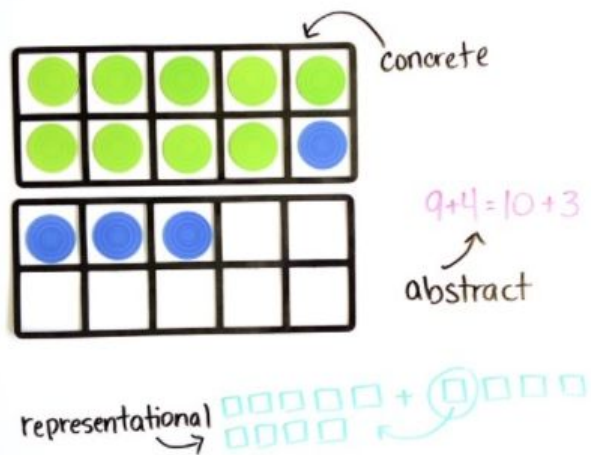


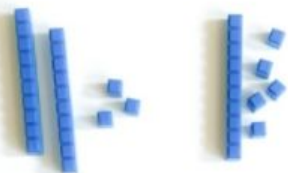
數學課堂實踐

- 階段一:具體操作 C
- 階段二:表徵轉換 R
- 階段三:抽象運作 A



學習目標





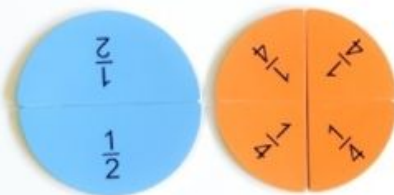
C



R

$$23 + 15 = 38$$

A



← concrete



← representational

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

← abstract

指導心法1



相關資料載點

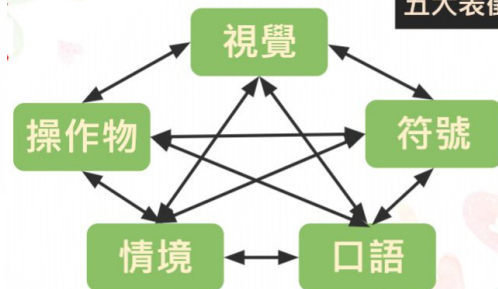


國民小學數學科 教具使用說明



臺灣省國民學校教師研習會 編印
中華民國八十年六月 出版

五大表徵來連結



概念理解

程序知識

解題思考

用_レ直_シ式_ハ算_ル算_ル看_テ：

① $0.7 + 0.2$

實施適當程序的靈活性、準確性和有效性，技能的熟練包括何時以及如何使用程序知識。

程序知識



用直式算算看：

① $0.7 + 0.2$

用直式算算看：

① $1 - 0.1$

是不是
一直重複練習就可以？

有效彈性更順暢

指導心法2

程序的流暢~~三層次

1

正確的計算

正確的解答

2

有效的計算

速度

選擇適當的
策略及算則

3

彈性的計算

調整策略

面對不同問題
或脈絡，能轉換
策略



答案一樣??

$$\textcircled{1} 99 \div 3 = (\quad)$$

正確且有效的計算

$$\textcircled{2} (\quad) \div 3 = 99$$

彈性的計算

$$\textcircled{1} 99 \div 3 = (33)$$

舉例 99×3 用 $100 \times 3 = 300, 300 - 3 = 297$

33

3 | 99

9

9

0

先有理解
才能調整與轉換
策略

$$\textcircled{2} (297) \div 3 = 99$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 3 \\ \hline 297 \end{array}$$

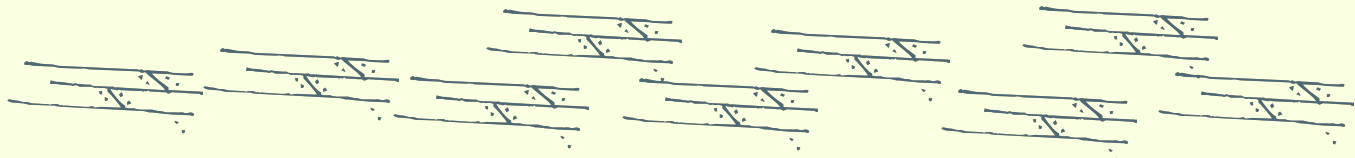
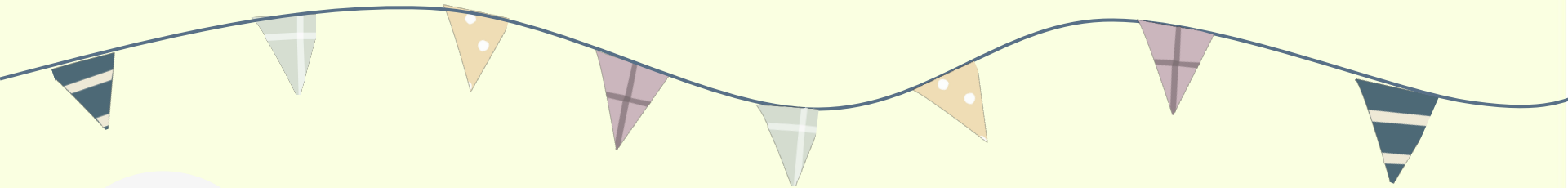
$$99 \times 3 = (\quad)$$

先有**理解**
才能**調整與轉換策略**

正確且有效的計算



彈性的計算





質數心臟病

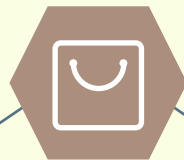
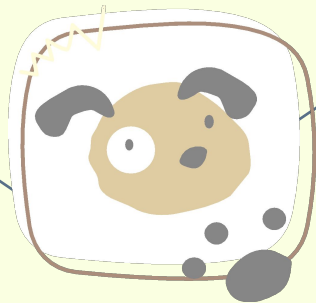
- 1.你發現哪幾個數字容易讓人以為是質數?
- 2.說說看, 什麼樣的數字最容易一眼看出來是質數?
- 3.你最不喜歡哪一張牌出現?



九九加法

- 1.你覺得拿到哪張牌最好?
- 2.說說看, 有沒有什麼方法比較會贏?

做紀錄



合十心臟病

- 1.你覺得拿到哪張牌最好?
- 2.說說看, 有沒有什麼方法比較會贏?
- 3.你最不喜歡哪一張牌出現?

概念理解

程序知識

解題思考

小傑有 2.2 瓶牛奶，小玲的牛奶比

小傑少 0.9 瓶，小玲有幾瓶牛奶？

概念理解

程序知識

解題思考

大_カ雄_ヲ批_ト發_シ商_ノ原_ノ有_ク

10 桶_ヲ香_ノ油_ヲ，賣_リ掉_ス 2.3

桶_ヲ，還_リ剩_リ下_ニ幾_ク桶_ヲ香_ノ油_ヲ？

制定、表示和解決數學問題的能力，有時需要進行推理，並透過各種過程、事實和概念的探索以找到解決方案。

解題思考



小傑有 2.2 瓶牛奶，小玲的牛奶比小傑少 0.9 瓶，小玲有幾瓶牛奶？

大雄批發商原有 10 桶香油，賣掉 2.3 桶，還剩下幾桶香油？

難道...

學生都是國語不好嗎？

指導心法3

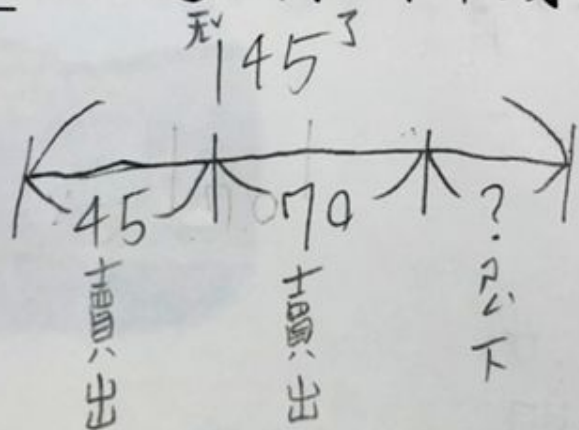


畫圖理解做簡化



小傑有 2.2 瓶牛奶，小玲的牛奶比小傑少 0.9 瓶，小玲有幾瓶牛奶？

青_ク青_ク農_ノ場_ノ裡_ノ養_ヒ了_カ 145 隻_ニ牛_ヲ，昨_ノ天_ニ賣_リ出_ス 45 隻_ニ，今_ノ天_ニ又_ヒ賣_リ出_ス 70 隻_ニ，青_ク青_ク農_ノ場_ノ裡_ノ還_ヒ剩_リ下_ル幾_ク隻_ニ牛_ヲ？



$$145 - 45 = 100$$

$$100 - 70 = 30$$



答_カ： (30) 隻_ニ

線段圖

1-3 分數乘以分數

本節配合習作第8~10頁

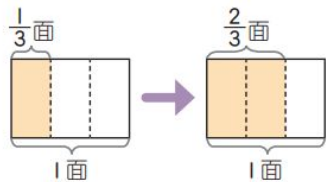
指導心法3

畫圖理解做簡化

1 單位分數乘以單位分數

活動中心的外牆要重貼磁磚，一箱磁磚可以貼 $\frac{1}{3}$ 面外牆。

1 2箱磁磚可以貼多少面外牆？



1箱可以貼 $\frac{1}{3}$ 面外牆，

2箱可以貼 $\frac{1}{3}$ 面的2倍。

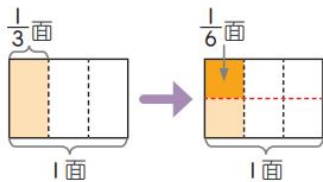
$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$$

$\frac{1}{3}$ 的2倍是 $\frac{2}{3}$ 。



答：

2 $\frac{1}{2}$ 箱磁磚可以貼多少面外牆？



1箱可以貼 $\frac{1}{3}$ 面外牆，

$\frac{1}{2}$ 箱可以貼 $\frac{1}{3}$ 面的 $\frac{1}{2}$ 倍。

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

共分成「 3×2 」等份，所以分母是「 3×2 」；貼磁磚的占了「 1×1 」等份，所以分子是「1」。



答：



圖示

分段布題

表格

簡化數字

線段圖

簡化情境

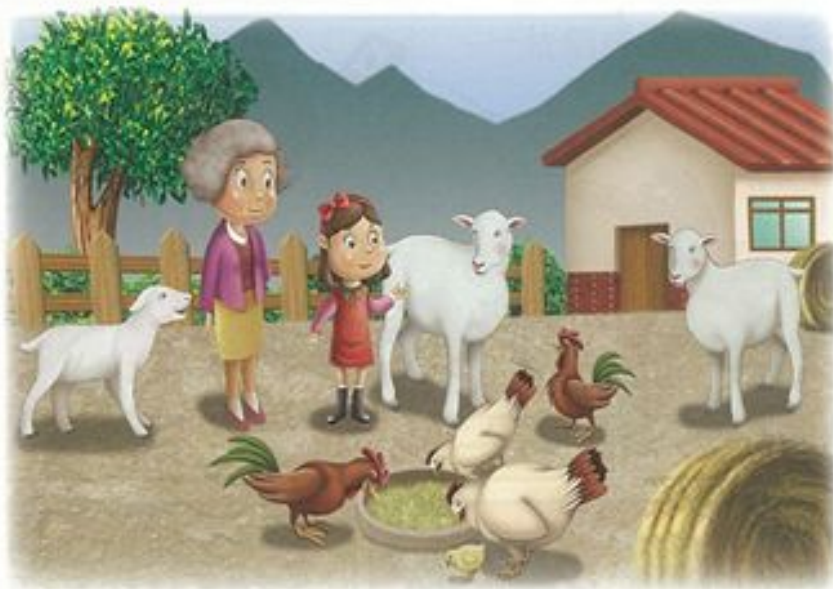


圖示

活動1 雞羊問題

① 星期日，薇薇到鄉下奶奶家玩。

一大早，她陪奶奶到院子裡去餵小動物。

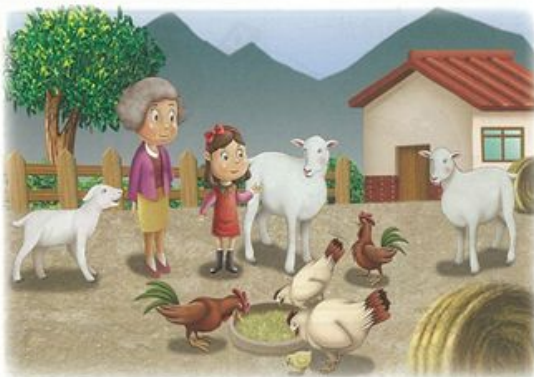


薇薇數一數，發現院子裡的雞和羊一共有 10 隻，牠們一共有 26 隻腳。想想看，雞和羊各有多少隻呢？

活動1 雞羊問題

① 星期日，薇薇到鄉下奶奶家玩。

一大早，她陪奶奶到院子裡去餵小動物。



薇薇數一數，發現院子裡的雞和羊一共有 10 隻，牠們一共有 26 隻腳。想想看，雞和羊各有多少隻呢？

列表記記看。

雞的數量(隻)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
羊的數量(隻)	10	9	8								
雞腳+羊腳(隻)	40	38									

如果雞有 1 隻，羊就有 9 隻，那麼雞腳有 $2 \times 1 = 2$ (隻)，羊腳有 $4 \times 9 = 36$ (隻)，一共會有 38 隻腳。

表格

說說看，你發現什麼？

「列表算」雖然可以慢慢找出正確的數量，可是如果數量很多，就太麻煩了！有沒有別的方法呢？



如果 10 隻都是雞，畫圖想想看。

如果 10 隻都是雞，就有 $2 \times 10 = 20$ (隻腳)。



比院子裡的 26 隻腳，還少了 $26 - 20 = 6$ (隻腳)。



如果把 1 隻雞換成 1 隻羊，就會多 $4 - 2 = 2$ (隻腳)，因為少了 6 隻腳， $6 \div 2 = 3$ ，所以要將 3 隻雞換成 3 隻羊，就會有 26 隻腳。



$2 \times 10 = 20$ 10 隻雞有 20 隻腳

$26 - 20 = 6$ 比 26 隻腳少 6 隻腳

$6 \div (4 - 2) = 3$ 羊的數量

$10 - 3 = 7$ 雞的數量

驗算：

$$2 \times 7 = 14$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$14 + 12 = 26$$

控制變因

答：雞有 7 隻，羊有 3 隻



做做看

欣茹到郵局，買了 5 元和 12 元的兩種郵票共 25 張，花了 202 元。算算看，欣茹買了 5 元和 12 元的郵票各幾張？

6-2 年齡問題

① 爸爸今年 40 歲，喬婷今年 10 歲。

① 下面是爸爸和喬婷的年齡關係表，完成下表。

▼ 爸爸和喬婷的年齡關係表

爸爸的年齡	40	41	42	43	44	45
喬婷的年齡	10	11	12			
年齡差						

說說看，你發現了什麼？

不管過幾年，年齡差都不變。



② 今年爸爸的年齡是喬婷的幾倍？2 年後呢？

$$40 \div 10 = 4 \cdots \cdots \text{今年}$$

$$42 \div 12 = 3.5 \cdots \cdots \text{2 年後}$$

答：4 倍，3.5

說說看，隨年齡增長，年齡的倍數會改變嗎？

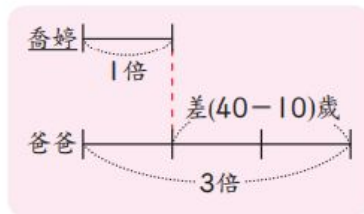
表格

③ 當爸爸的年齡是喬婷的 3 倍時，喬婷是幾歲？



由 ① 的表格可知，當爸爸 45 歲，喬婷 15 歲時，爸爸的年齡剛好是喬婷的 3 倍。

還有不同的做法嗎？



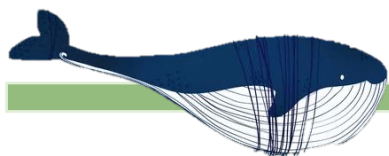
把喬婷當時的年齡當 1 倍，爸爸和喬婷的年齡差是 $(3-1)$ 倍。



$$40 - 10 = 30 \cdots \cdots \text{爸爸和喬婷的年齡差}$$

$$30 \div (3 - 1) = 15 \cdots \cdots \text{喬婷當時的年齡}$$

線段圖



爸爸走一步的距離是60公分，兒子走一步的距離是40公分，請問兩人同方向同時走35步，兩人距離相差多遠？

學生解題：

$$60-40=20, 35-20=15$$

分段
布題

簡化
數字

指導心法3

畫圖理解做簡化



策略列表解決

Step 1. 畫圖思考

Step 2. 列表解決

步數	一	二	三	四	
父	60	120	180	240	
子	40	80	120	160	
差	20	40	60	80	

35步

Step 3. 公式運用

$$(60-40) \times 35 = 700$$

$$60 - 40 = 20$$

$$20 \times 35 = 700$$

線段圖

表格

策略列表解決

Step 2. 列表解決

步數	一	二	三	四	
父	60	120	180	240	
兒	40	80	120	160	
差	20	40	60	80	

35步

Step 3. 公式運用

$$(60-40) \times 35 = 700$$

$$(6-4) \times 10 \times 35 = 700$$

差20 差20
差40

$$(60-40) \times 35 = 700$$

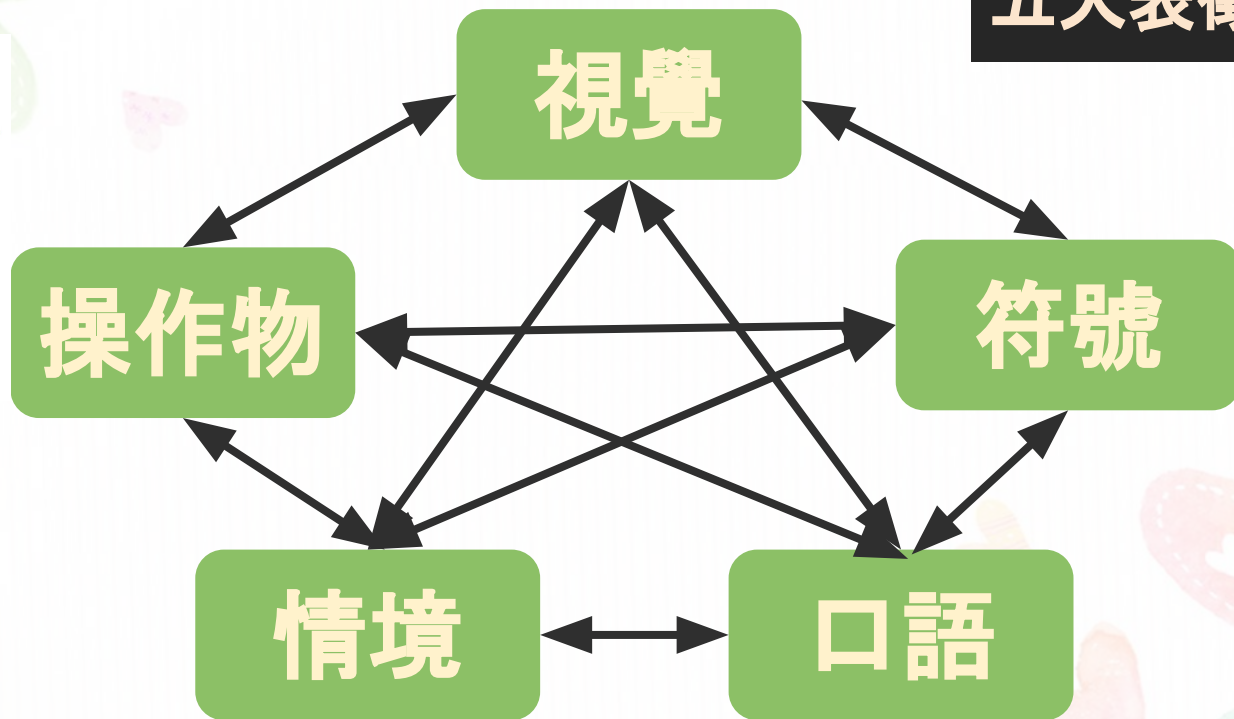
指導心法123

複習一下吧!

指導心法1



五大表徵來連結



有效彈性更順暢

指導心法2

程序的流暢~~三層次

1

正確的計算

正確的解答

2

有效的計算

速度

選擇適當的
策略及算則

3

彈性的計算

調整策略

面對不同問題
或脈絡，能轉換
策略



指導心法3

畫圖理解做簡化

