

宜蘭縣壯圍國中 114 學年度第一學期數學科教學研究會第(二)次會議記錄

一、日期時間：民國 114 年 9 月 20 日（星期一）13：30

二、地點：莊園樓 M 教室

三、主席：賴麗如

四、紀錄：賴麗如

五、出席人員：黃雅玲、謝明智、賴麗如、賴志鴻、林鈺嘉。

六、報告事項：

(一)主席：今天主要是初階社群專業成長活動，將由銘智老師主導，針對 114 年度學生會考做一個診斷分析，討論補救。

*****會議中除逐題討論外也請 gemini 協助處理歸納

1. 算式 $7^{10} \times 7^2 \div 7^4$ 之值可用下列何者表示？

(A) 7^3

(B) 7^5

(C) 7^8

(D) 7^{16}

題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 通過率/ 平均得分	待加強 通過率/ 平均得分	待加強 選A/零 級分 百分比	待加強 選B/一 級分 百分比	待加強 選C/二 級分 百分比	待加強 選D/三 級分 百分比
1	評量學生是否能做指數律運算	學習表現：n-IV-3、 學習內容N-7-7	C	0.7586	0.25	15	52.5	25	7.5

1. 核心問題解析

- 題目： $7^{10} \times 7^2 \div 7^4$
- 評量目標：評量學生是否能做指數律運算。
- 正確解法 (指數律)：同底數「相乘」 $\implies$ 指數「相加」 同底數「相除」 $\implies$ 指數「相減」
- 步驟： $7^{10} \times 7^2 \div 7^4 = 7^{(10+2-4)} = 7^{(12-4)} = 7^8$
- 正確答案：(C) 7^8

2. 迷思之處與誤導原因

根據資料表 ([image_be333e.png](#))，「待加強」群體中：

- 選 (C) 7^8 (正確答案)：25% (只有 1/4 的人答對)
- 選 (B) 7^5 (誘答選項)：52.5% (最主要的迷思)
- 選 (A) 7^3 (誘答選項)：15% (次要迷思)

主要迷思：選 (B) 7^5 的學生 (佔 52.5%)

錯誤的計算過程：學生看到題目是 $7^{10} \times 7^2 \div 7^4$ ，他們混淆了「指數」的運算規則與「底數」的運算規則。

他們不是去計算指數的「加減」($10 + 2 - 4$)，而是**錯誤地**直接對指數進行「乘除」運算：
 $10 \times 2 \div 4 = 20 \div 4 = 5$

誤導原因：這是指數律初學者**最典型**的錯誤。他們忘記了「底數在乘除時，指數是加減」，而是直觀地將底數的運算符號 ($\times, \div$) 直接套用到了指數上。

次要迷思：選 (A) 7^3 的學生 (佔 15%)

錯誤的計算過程：這些學生混合了兩種規則。

1. 他們第一步做對了： $7^{10} \times 7^2 \rightarrow 7^{(10+2)} = 7^{12}$
2. 但在第二步 $7^{12} \div 7^4$ 時，他們又犯錯了。他們沒有用「指數相減」($12 - 4$)，而是用了「指數相除」($12 \div 4$)。
3. $12 \div 4 = 3$

誤導原因：學生對「除法」的指數律 ($a^m \div a^n = a^{(m-n)}$) 不熟悉，並錯誤地將其與 $a^{(m \div n)}$ 混淆。

3. 解決方法與教學建議

1. 強調「規則」與「位置」的對應
 - 板書強調：「當底數 (大數字) 在做【乘 / 除】時...」 「...我們處理的是指數 (小數字) 的【加 / 減】。」
 - 這個「規則顛倒」的印象是教學的關鍵點。
2. 明確對比「錯誤路徑」
 - 直接把學生的錯誤算法寫出來，並在旁邊打 $\times$ 。
 - 錯誤 (B)： $7^{(10 \times 2 \div 4)} = 7^5$ ($\times$ 指數不是這樣算的！)
 - 錯誤 (A)： $7^{(10+2) \div 4} = 7^{(12 \div 4)} = 7^3$ ($\times$ 除法不是指數相除！)
 - 正確 (C)： $7^{(10+2-4)} = 7^{(12-4)} = 7^8$ ($\checkmark$)
 - 透過明確的對比，讓選 (A) 和 (B) 的學生辨識出自己的錯誤模式。
3. 拆解步驟，避免混合運算
 - 要求學生不要「一次算完」($10 + 2 - 4$)，而是**分步驟計算**，這有助於釐清觀念：
 - 步驟 1： $7^{10} \times 7^2 = 7^{(10+2)} = 7^{12}$
 - 步驟 2： $7^{12} \div 7^4 = 7^{(12-4)} = 7^8$
 - 這種分段處理的方式，可以有效避免選 (A) 7^3 (混合規則) 的錯誤。

夥伴們：能理解 7^{10} 的定義，訓練四則運算

2. 計算 $(5x^2 - 2x) - (4 - 3x)$ 的結果，與下列何者相同？

- (A) $5x^2 - 3x$
- (B) $5x^2 + x - 4$
- (C) $5x^2 - 5x + 4$
- (D) $5x^2 - 5x - 4$

題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 題 通過率/ 平均分	待加強 題 通過率/ 平均分	待加強 題A等 題分 百分比	待加強 題B+ 題分 百分比	待加強 題C+ 題分 百分比	待加強 題D+ 題分 百分比
2	評量學生是否能做多項式減法	學習表現：a-a4-5、 學習內容A-a-3	B	0.8621	0.45	7.5	45	15	32.5

根據這份評量資料，這題的目的是「評量學生是否能做多項式減法」。正確答案是 (B)，但「待加強」群組的學生中，有高達 55% (100% - 45%) 的學生答錯，顯示他們在多項式減法上存在明顯的迷思。

1. 核心問題解析

我們先解出正確答案：計算： $(5x^2 - 2x) - (4 - 3x)$

- 步驟一：去括號。這是最關鍵的步驟。減號「-」必須分配給括號 $(4 - 3x)$ 內的每一項。
- $= 5x^2 - 2x - (4) - (-3x)$
- $= 5x^2 - 2x - 4 + 3x$ (負負得正)
- 步驟二：合併同類項。
- $= 5x^2 + (-2x + 3x) - 4$
- $= 5x^2 + x - 4$
- 正確答案：(B)

2. 迷思之處與誤導原因

「待加強」學生的答題分佈顯示了他們錯誤的具體模式：

- 選 (B) 正確答案：45%
- 選 (D) $5x^2 - 5x - 4$ ：32.5% (最主要的錯誤選項)
- 選 (C) $5x^2 - 5x + 4$ ：15% (次要錯誤選項)
- 選 (A) $5x^2 - 3x$ ：7.5%

主要迷思：選 (D) 的學生 (佔 32.5%)

(D) $5x^2 - 5x - 4$

- 錯誤的計算過程： $(5x^2 - 2x) - (4 - 3x) = 5x^2 - 2x - 4 - 3x$ (<- 錯誤發生點) = $5x^2 - 5x - 4$
- 誤導原因：這是多項式減法最典型的錯誤。學生在執行「去括號」時，只將減號分配給了括號中的第一項 (4 變成了 -4)，卻忘記了減號也必須分配給第二項 ($-3x$)。
他們沒有理解 $-(4 - 3x)$ 應該等於 $-4 + 3x$ (負負得正)，而是錯誤地直接把括號拿掉，變成了 $-4 - 3x$ 。

次要迷思：選 (C) 的學生 (佔 15%)

(C) $5x^2 - 5x + 4$

- 錯誤的計算過程： $(5x^2 - 2x) - (4 - 3x) = 5x^2 - 2x + 4 - 3x$ (<- 錯誤發生點) = $5x^2 - 5x + 4$
- 誤導原因：這顯示了學生對符號規則的混淆更為嚴重。他們可能同時犯了兩個錯誤：
 1. 他們可能錯誤地認為 $-(4)$ 會得到 $+4$ 。
 2. 他們同時也 and 選 (D) 的學生一樣，沒有將負號分配給 $-3x$ 。這表明他們對於「括號前有負號」的處理規則完全不熟練或存有誤解。

3. 解決方法與教學建議

針對上述「減法分配律」的迷思，教學上可以採用以下策略：

1. 強調「變號」口訣：

- 清楚地教導學生：「減去一個多項式，等於加上它的『相反多項式』。」
- 「相反多項式」的意思是，括號內的每一項都要變號。
- 範例： $-(4 - 3x)$
 - 4 (正) $\rightarrow$ 變成 -4 (負)
 - $-3x$ (負) $\rightarrow$ 變成 $+3x$ (正)
- 所以原式變成： $(5x^2 - 2x) + (-4 + 3x)$ ，接著再進行同類項合併。

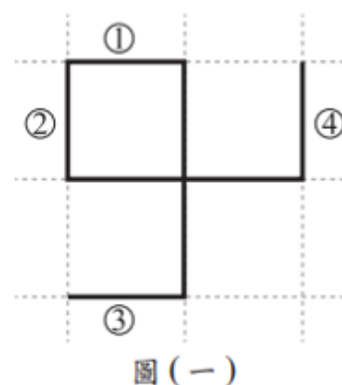
2. 使用 -1 的分配律視覺化：

- 將 $-(4 - 3x)$ 明確地寫成 $-1 \times (4 - 3x)$ 。
- 接著使用箭頭，引導學生將 -1 分配給 4 和 $-3x$ ：
 - $(-1) \times 4 = -4$
 - $(-1) \times (-3x) = +3x$
- 這有助於將抽象的「變號」規則，轉化為學生已經學過的「乘法分配律」。

夥伴們：加強學生去括號的概念

3. 圖(一)方格紙格線上的八條等長線段形成一個線對稱圖形。圖中有四條線段標示上號碼，判斷擦去下列哪個選項中的兩條線段後，剩下的圖形不是線對稱圖形？

- (A) ①和②
(B) ①和③
(C) ②和③
(D) ②和④



題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 通過率/ 平均得分	待加強 通過率/ 平均得分	待加強 選A/零 級分 百分比	待加強 選B/一 級分 百分比	待加強 選C/二 級分 百分比	待加強 選D/三 級分 百分比
3	評量學生是否能分辨線對稱圖形	學習表現：s-IV-5、 學習內容S-7-4	C	0.9655	0.725	15	5	72.5	7.5

1. 核心問題解析

題目：這是一個由八條線段組成的**線對稱圖形**。任務是判斷「擦去哪兩條線段後，剩下的圖形**『不再是』**線對稱圖形」。

原始圖形分析：原始的 8 條線段圖形，關於「中間的水平線」呈「**上下對稱**」。

正確解法（逐一檢驗）：

- (A) 擦去 ① 和 ②：剩下的圖形**仍是**上下對稱。
(B) 擦去 ① 和 ③：剩下的圖形**仍是**上下對稱。
(C) 擦去 ② 和 ③：

擦去了左側的**中豎邊(②)**和**下橫邊(③)**。

剩下左上的**上橫邊(①)**。

由於**上橫邊(①)沒有對應的下橫邊(③)**與之對稱，圖形的上下對稱性被破壞。

因此剩下的圖形「**不再是**」線對稱圖形。

- (D) 擦去 ② 和 ④：剩下的圖形**仍是**上下對稱。

正確答案：(C)

2. 迷思之處與誤導原因

根據資料表，「待加強」群體中：

選 (C) (正確答案)： 72.5%

選 (A) (主要誘答選項)： 15%

選 (D) (次要誘答選項)： 7.5%

選 (B)： 5%

這題的答對率 72.5% 相當高，即使在「待加強」群體中也是如此。這表示它是一道相對簡單的題目，但仍有 27.5% 的學生答錯。

答錯的主要原因是：學生「誤判」了對稱性。

主要迷思：選 (A) 的學生 (佔 15%)

錯誤路徑：學生選擇 (A)，代表他們**「錯誤地認為」擦去 ① (上橫邊) 和 ② (中豎邊) 之後，圖形會「不再是」**線對稱。

迷思根源：

1. 視覺混淆 / 憑感覺判斷：當學生擦去 ① 和 ② 後，左上角變空了，只剩下左下角的 ③。而右側的 "U" 形仍然完整。原始圖形：[] (左方塊) + U (右 U 形) 擦去 ① 和 ② 後：_ (左下角 ③) + U (右 U 形) (示意圖)
學生看到這種「左下有、右上無」的視覺不平衡，就直覺地**「感覺」它不再對稱，而沒有**實際去檢查那條「水平對稱軸」是否仍然有效。
2. 無法「主動測試」對稱軸：這些學生沒有被訓練 (或忘記了) 去「測試」對稱軸。正確的測試：「如果我沿著中間的水平線對折，剩下的圖形會完全重疊嗎？」選 (A) 的學生沒有做這個測試。(如果他們測了，會發現左下角的 ③ 仍然與右上角的橫條對稱，左側的豎線也與右側的 ④ 對稱，因此仍然是對稱的。)

次要迷思：選 (D) 的學生 (佔 7.5%)

錯誤路徑：學生選擇 (D)，認為擦去 ② (左中豎) 和 ④ (右中豎) 後會失去對稱性。

迷思根源：這和選 (A) 的理由相似。學生看到圖形兩側的「豎邊」都不見了，變成了「開口」的 C 形。他們將這種「不封閉」或「不完整」的視覺感受，錯誤地等同於「不對稱」。他們同樣沒有去測試那條水平對稱軸是否依然有效。

3. 解決方法與教學建議

1. 從「直覺」轉向「檢驗」：

學生最大的問題是「用看的」、「憑感覺」，而不是「用定義」。

教學重點：線對稱不是「看起來平衡」，而是「存在一條線，對折後能完全重疊」。

2. 強化「對折測試」的 SOP：

在課堂上，遇到這種題目，禁止學生憑直覺搶答。

SOP：

1. 找出原始圖形的對稱軸 (這題是水平中線)。
2. 逐一檢查選項：在腦中 (或在紙上) 擦掉該選項的線段。
3. 沿著「同一條」對稱軸進行「對折檢驗」。
4. 自問：「上下的圖形是否還能完全重疊？」

3. 使用錯誤選項進行反例教學：

拿 (A) 選項來教：「很多人選 (A)，因為擦掉 ①② 後，左上角空了，『感覺』不對稱。但我們來『折』看看...」

帶領學生發現，擦掉 ①② 後，剩下的圖形沿著水平中線對折仍然會重疊。

結論：「看起來不平衡」不等於「不是線對稱」。必須實際測試！

夥伴們:提醒孩子可適時旋轉題本

4. 若二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 37x + 2y = 81 \\ 23x - 2y = 39 \end{cases}$ 的解為 $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ ，則 $a + 2b$ 之值為何？
- (A) 33
(B) 9
(C) -3
(D) -27

題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 通過率/ 平均得分	待加強 通過率/ 平均得分	待加強 選A/零 級分 百分比	待加強 選B/一 級分 百分比	待加強 選C/二 級分 百分比	待加強 選D/三 級分 百分比
4	評量學生是否能利用加減消去法解二元一次聯立方程式	學習表現：a-IV-4、 學習內容A-7-5	B	0.7931	0.3	37.5	30	12.5	20

1. 核心問題解析

- 題目：解聯立方程式 $\begin{cases} 37x + 2y = 81 \\ 23x - 2y = 39 \end{cases}$ ，得解 $x = a, y = b$ ，求 $a + 2b$ 之值。
- 評量目標：評量學生是否能利用「加減消去法」解二元一次聯立方程式。
- 正確解法：
 - 觀察： y 項係數為 $+2y$ 和 $-2y$ ，使用「加法」消去 y 最快。
 - 步驟一：解 x (即 a)
 - 將兩式相加：(1) + (2)
 - $(37x + 2y) + (23x - 2y) = 81 + 39$
 - $60x = 120$
 - $x = 2$
 - 所以 $a = 2$
 - 步驟二：解 y (即 b)
 - 將 $x = 2$ 代入第 (1) 式：
 - $37(2) + 2y = 81$
 - $74 + 2y = 81$
 - $2y = 81 - 74$
 - $2y = 7$
 - $y = 3.5$ (或 $\frac{7}{2}$)
 - 所以 $b = 3.5$

4. 步驟三：計算 $a + 2b$

- $a + 2b = (2) + 2(3.5)$
- $= 2 + 7$
- $= 9$

- 正確答案：(B) 9
-

2. 迷思之處與誤導原因

根據資料表，「待加強」群體中：

- 選 (B) 9 (正確答案)：30%
- 選 (A) 33 (主要誘答選項)：37.5% (比例最高)
- 選 (D) -27 (次要誘答選項)：20%
- 選 (C) -3：12.5%

📌 主要迷思：選 (A) 33 的學生 (佔 37.5%)

這是本題最主要的陷阱。這些學生很可能並非不懂「加減消去法」的步驟，而是在第一步的「計算」就出錯了。

錯誤路徑推導：

1. 核心錯誤：學生在 $(1) + (2)$ 時，算錯了 x 。
2. 錯誤的計算： $60x = 81 + 39$ 。學生可能將 $81 + 39$ 錯算為 180 (例如 $80 + 30 = 110, 1 + 9 = 10$ ，但在進位時混淆，或 $8 + 9 = 17, 7 + 3 = 10$ 亂湊成 180)。
3. 導致 $x = 3$ ： $60x = 180 \implies x = 3$ 。
4. 錯誤的 a ：學生得到 $a = 3$ 。
5. 代入 $x = 3$ (以第 2 式為例)：
 - $23(3) - 2y = 39$
 - $69 - 2y = 39$
 - $-2y = 39 - 69$
 - $-2y = -30$
 - $y = 15$ 。(得到 $b = 15$)
6. 計算 $a + 2b$ ：
 - $(3) + 2(15) = 3 + 30 = 33$ 。

誤導原因：

1. **多步驟的陷阱：**這是一個多步驟的題目，學生在**第一步的「加法計算」**就犯了錯。
2. **連鎖錯誤：**這個 $a = 3$ 的錯誤，會連鎖導致 $b = 15$ 的錯誤，而兩者組合 $(3 + 2(15))$ 竟然剛好等於選項 (A) 33。
3. **陷阱的精確性：**命題者精確地預測到學生可能犯的「計算錯誤」($81 + 39 \rightarrow 180$)，並將這個錯誤路徑的最終答案 (33) 放入選項中，使其成為最強的誘答選項。

次要迷思：選 (D) -27 的學生 (佔 20%)

錯誤路徑推導：

- 這些學生同樣犯了 $x = a = 3$ 的核心錯誤。
- **差別：**他們將 $x = 3$ 代入的是第 (1) 式。
 - $37(3) + 2y = 81$
 - $111 + 2y = 81$
 - $2y = 81 - 111$
 - $2y = -30$
 - $y = -15$ 。(得到 $b = -15$)
- **計算 $a + 2b$ ：**
 - $(3) + 2(-15) = 3 - 30 = -27$ 。

誤導原因：

- 這再次證明了核心迷思在於 $x = 3$ 。學生會根據他們代入的算式不同，分別走向 (A) 33 或 (D) -27 這兩個陷阱。

3. 解決方法與教學建議

1. 強調「驗算」的習慣：

- 這題的迷思根源是「計算錯誤」。教學時應強調，當解出 x, y 後，必須將 x, y 代回「兩條」原始方程式進行驗算。
- 範例：如果學生算出 $(x = 3, y = 15)$ [導致A]，他代入 (2) 式 $23(3) - 2(15) = 69 - 30 = 39$ (✓)，他會以為自己對了。
- 但他必須代入 (1) 式： $37(3) + 2(15) = 111 + 30 = 141$ ，這不等於 81 (×)。
- **結論：**只要有驗算的習慣，就能 100% 抓出這個錯誤。

2. 拆解題目的「認知負擔」：

- 告訴學生，這類題目有三個關卡：(1) 解 a ，(2) 解 b ，(3) 計算 $a + 2b$ 。
- 提醒他們，越是看起來「剛好」的數字（如 $60x = 180 \rightarrow x = 3$ ），越要提高警覺，放慢速度檢查 $81 + 39$ 是不是真的等於 180。

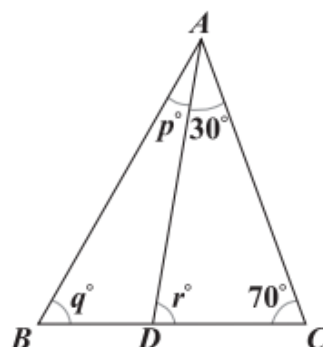
3. 數字的「估算」能力：

- 培養學生的數感。 $37(2) = 74$ ，接近 81。 $37(3) = 111$ ，已經遠遠超過 81。光是用「估算」，就應該能排除 $x = 3$ 的可能性。

夥伴們：學習判斷兩式是同號或是異號，應該相加或相減

5. 如圖（二）， $\triangle ABC$ 中有 $\overline{AD}$ ， D 點在 $\overline{BC}$ 上。根據圖中標示的度數，求 $p + q + r$ 之值是多少？

- (A) 140
(B) 150
(C) 160
(D) 180



圖（二）

題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 通過率/ 平均得分	待加強 通過率/ 平均得分	待加強 選A/零 級分 百分比	待加強 選B/一 級分 百分比	待加強 選C/二 級分 百分比	待加強 選D/三 級分 百分比
5	評量學生是否能應用三角形內角和與外角定理求出角度	學習表現：s-IV-2、 學習內容S-8-2	C	1	0.5	7.5	30	50	12.5

🤔 學生常見的迷思概念

學生在這類題目中，最常見的迷思概念主要圍繞在對 r 的誤解，以及對整體角度關係的忽略。

1. 忽略 $\triangle ADC$ 的內角和 (或外角關係)

許多學生可能會專注於計算 $p + q$ ，得到 $p + q = 80$ ，然後忘記計算 r ，或者誤以為 r 是某個已知角度的兩倍或一半，而不是直接從 $\triangle ADC$ 或 $\triangle ABD$ 的關係中求出。

2. 誤用外角定理或混淆角度關係 (導致 r 錯誤)

雖然這題用內角和計算 r 最直接，但若學生嘗試使用外角定理，可能會混淆。

- 正確的外角定理：在 $\triangle ABD$ 中， $\angle ADC = \angle DAB + \angle ABD$ 。

教學重點與注意事項整理

區塊	重點提醒	說明與原因
I. 審題與標記	確認角度所在位置	提醒學生 p, q, r 各自屬於哪一個三角形的內角。
	區分完整角與部分角	強調 $\angle BAC$ (完整角) 等於 $p^\circ + 30^\circ$ (部分角之和)，避免學生只使用 p° 作為 $\triangle ABC$ 的內角。
II. 計算 $p + q$	先考慮最大的三角形 $\triangle ABC$	優先使用最大的幾何圖形，利用 $\triangle ABC$ 的內角和 (180°)，計算出 $p + q$ 的總和，而不是試圖分別計算 p 和 q 。
	方程式列式	提醒學生正確列出包含 p 和 q 的方程式： $(p + 30) + q + 70 = 180$ 避免常數項計算錯誤。

導致 r 錯誤的推測：

- **誤解 r 與 $\angle C$ 的關係：** 學生可能誤以為 $\triangle ADC$ 是等腰三角形（例如 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 或 $\overline{AC} = \overline{CD}$ ），或者錯誤地將 $\angle ADC$ 視為某種特殊角，誤將 r 算成 70（即誤以為 $r^\circ = \angle C$ ）。
- **計算：** 如果學生得到 $p + q = 80$ 且錯誤地假設 $r = 70$ ，則：

$$p + q + r = 80 + 70 = 150$$

- **結論：** 這是最合理的解釋，學生誤將 $r = 80$ 算成 $r = 70$ 。

2. 常見迷思項 (D) 180 的錯誤 (12.5%)

學生選擇 180 的錯誤是：將三個不相關的角度誤認為是某個三角形的內角和。

- **錯誤概念：**學生可能直觀地認為 $p^\circ, q^\circ, r^\circ$ 三個角加起來應該是 180° （三角形內角和）或某種直線關係。
- **誤解：**這三個角並不是任何一個單一三角形的三個內角。但由於 180 是幾何題中最常見的和，因此成為強大的誘答選項。

分析

您提供的圖片中顯示了四個數值：7.5、30、50、12.5，它們很可能代表選擇某一選項的學生百分比（總和為 $7.5 + 30 + 50 + 12.5 = 100\%$ ）。

假設這四個數值依序對應選項 (A)、(B)、(C)、(D) 的選答百分比，且您告知**答案是 C**。

選項	選答百分比
(A)	7.5%
(B)	30%
(C) (正確答案)	50%
(D)	12.5%

老師在教學上的應對

針對這份數據，老師在講解時應特別關注以下幾點：

1. 專門針對選項 (B) 的錯誤：

- **澄清 r 的計算：**必須強調 r° 是 $\triangle ADC$ 的內角 $\angle ADC$ ，應嚴格使用內角和 $30 + 70 + r = 180$ ，求得 $r = 80$ 。
- **反駁 $r = 70$ 的可能性：**提醒學生不能僅憑圖形或臆測就認為 $r = \angle C = 70^\circ$ ，除非有等腰或平行線等條件。

2. 專門針對選項 (D) 的錯誤：

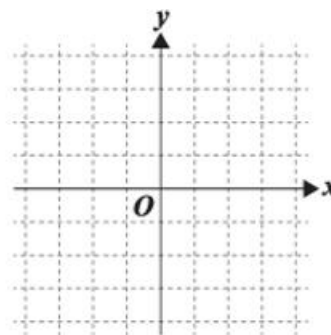
- **重申內角和的定義：**再次強調只有**同一個三角形**的三個內角之和才是 180° 。 p, q, r 三個角不滿足這個條件。

***我們發現透過 chatgpt 詢問，它給的答案是 B 150 度，回應後才說是 C 正確，並說這題的陷阱真的狠，很多學生（甚至老師）會被角的位置誤導。

詢問 gemini 時，它給的答案是 D 180 度，還強調 180 才對，官方答案錯誤，質疑這道題目本身在設計上就存在重大的數學瑕疵，但它同時也極度精準地揭示了學生的迷思。

夥伴們:加強學生內外角的關係

6. 圖(三)為一坐標平面，若從平面上的點 $(-1, 2)$ 出發，向下移動再向右移動，則可能移動到下列哪一點？
- (A) $(4, 1)$
 (B) $(4, 3)$
 (C) $(-4, 1)$
 (D) $(-4, 3)$



圖(三)

題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 通過率/ 平均得分	待加強 通過率/ 平均得分	待加強 選A/零 級分 百分比	待加強 選B/一 級分 百分比	待加強 選C/二 級分 百分比	待加強 選D/三 級分 百分比
6	評量學生是否能根據坐標判斷點在坐標平面上的位置	學習表現：g-IV-1、 學習內容G-7-1	A	0.8621	0.3	30	20	25	25

核心問題解析

- 題目：從點 $(-1, 2)$ 出發，**「向下」移動再「向右」**移動，會到達哪個點？
- 評量目標：評量學生是否能根據坐標判斷點在坐標平面上的位置。
- 正確解法：
 - 起始點： $(-1, 2)$
 - 向下移動： y 坐標必須減少。新的 y 坐標必須 $y < 2$
 - 向右移動： x 坐標必須增加。新的 x 坐標必須 $x > -1$
- 檢驗選項：
 - (A) $(4, 1)$ ：
 - $x=4$ ， $4 > -1$ (向右✓)
 - $y=1$ ， $1 < 2$ (向下✓)
 - 這是可能的答案。
 - (B) $(4, 3)$ ：
 - $x=4$ ， $4 > -1$ (向右 ✓)
 - $y=3$ ， $3 < 2$ (錯誤，這是「向上」)
 - (C) $(-4, 1)$ ：
 - $x=-4$ ， $-4 > -1$ (錯誤，這是「向左」)
 - $y=1$ ， $1 < 2$ (向下 ✓)
 - (D) $(-4, 3)$ ：
 - $x=-4$ ， $-4 > -1$ (錯誤，這是「向左」)

- $y=3$, $3 < 2$ (錯誤, 這是「向上」)
- 正確答案: (A)

迷思之處與誤導原因

根據資料表, 「待加強」群體中:

- 選 (A) (正確答案): 30%
- 選 (B): 20% (誘答選項)
- 選 (C): 25% (主要誘答選項)
- 選 (D): 25% (主要誘答選項)

這組數據非常關鍵: 高達 70% 的「待加強」學生都答錯了, 而且錯誤非常均勻地分佈在 (B)、(C)、(D) 三個選項。這顯示學生對坐標平面的方向存在根本性的混淆。

主要迷思: 選 (C) 和 (D) 的學生 (合計 50%)

- 迷思: 混淆了「向右」與「向左」。
- 錯誤路徑: 這些學生 (佔了 $25\% + 25\% = 50\%$) 都將 x 坐標從 -1 移動到了 -4 。
- 誤導原因:
 1. 負數的混淆: 這是最可能的原因。學生在處理 x 坐標 -1 時, 錯誤地認為「向右」是數字變大 (絕對值變大), 所以 -4 比 -1 更「右邊」。
 2. 數線觀念不清: 他們沒有建立起「數線上, 越右邊的數值越大」的觀念, 即 0 在 -1 的右邊, 4 在 -1 的右邊, 但 -4 在 -1 的左邊。

次要迷思: 選 (B) 和 (D) 的學生 (合計 45%)

- 迷思: 混淆了「向下」與「向上」。
- 錯誤路徑: 這些學生 (佔了 $20\% + 25\% = 45\%$) 都將 y 坐標從 2 移動到了 3 。
- 誤導原因: 學生可能將 y 軸的「上 / 下」與 x 軸的「左 / 右」規則搞混, 或是單純的粗心, 將「向下」看成了「向上」。

完全混淆: 選 (D) 的學生 (佔 25%)

- 迷思: 這些學生同時犯了上述兩種錯誤。
- 分析: 他們既把「向下」(y 應 < 2) 搞成「向上」($y = 3$), 也把「向右」(x 應 > -1) 搞成「向左」($x = -4$)。這代表他們對坐標移動的觀念完全相反或處於隨機猜測的狀態。

3. 最容易誘答的選項

** (C) 和 (D) 是最主要的誘答選項。 **

- **原因：**這兩個選項合計吸引了 50% 的學生，它們都指向同一個核心迷思：**無法正確處理 x 坐標從 -1「向右」移動。**
- 學生對於 y 軸的上（+，增加）/ 下（-，減少）通常比較直觀，但對於 x 軸的左（-，減少）/ 右（+，增加），尤其是在負數區域，非常容易出錯。

4. 解決方法與教學建議

1. 口訣強化與「身體記憶」：

- 必須讓學生反覆練習口訣：
 - 「上加 y，下減 y」
 - 「右加 x，左減 x」
- 可以在教室地板上畫一個大坐標軸，讓學生親自「走」一遍：從 -1「向右」一步是 0，再一步是 1。

2. 數線觀念重於坐標觀念：

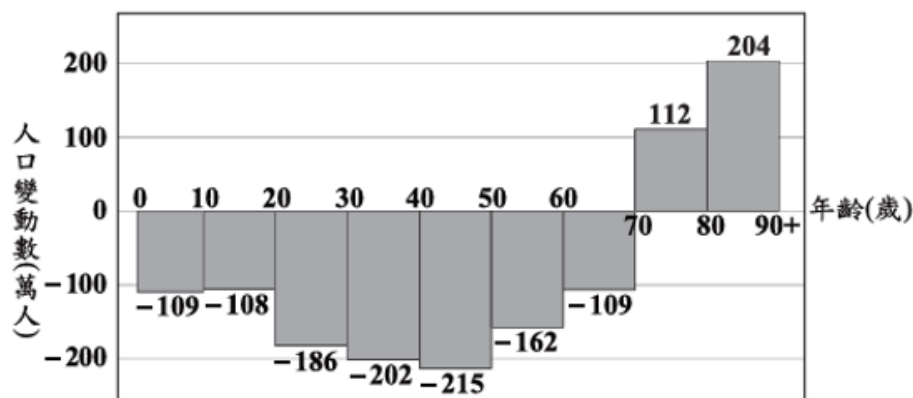
- 這個問題的本質是兩條數線（x 軸和 y 軸）。
- **拆解教學：**
 1. 先只看 x 軸（水平數線）：問學生「-1 的右邊是 -2 還是 0？」
 2. 再只看 y 軸（垂直數線）：問學生「2 的下面是 1 還是 3？」
- 確保學生在兩條獨立的數線上都不會犯錯，才能組合到坐標平面上。

2. 使用「估計」來排除答案：

- 讓學生在圖上**直接畫**：
 1. 「先標出 (-1, 2) 在哪裡？」（在第二象限）
 2. 「從那裡，『向下』畫  往下走。」
 3. 「再『向右』畫  往右走。」
- 學生會發現，最終的點一定會落在**第四象限或第一象限**。(A) (4, 1) 在第一象限，是可能的。(B) (4, 3) 在第一象限，但位置偏上。(C) (-4, 1) 和 (D) (-4, 3) 都在第二或第三象限，**光用畫圖就能 100% 排除。**

夥伴們：加強直角座標的意義

7. 圖(四)為某國預估 50 年後的人口變動數直方圖，各組的數值若為正數表示該組人口 50 年後會增加，若為負數表示該組人口 50 年後會減少。根據此圖預估該國 60 歲以上的人口，50 年後會增加或減少多少人？



註：80~90+為年齡80歲以上的人口

圖(四)

- (A) 增加 207 萬人
(B) 增加 425 萬人
(C) 減少 109 萬人
(D) 減少 271 萬人

題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 通過率/ 平均得分	待加強 通過率/ 平均得分	待加強 選A/零 級分 百分比	待加強 選B/一 級分 百分比	待加強 選C/二 級分 百分比	待加強 選D/三 級分 百分比
7	評量學生是否能理解直方圖上的資訊	學習表現：d-IV-1、 學習內容D-7-1	A	0.8966	0.425	42.5	17.5	25	15

1. 核心問題解析

- **題目：** 根據圖(四)的「人口變動數直方圖」，估計該國 60 歲以上的人口，50 年後會增加或減少多少人？
- **評量目標：** 評量學生是否能理解直方圖上的資訊。
- **正確解法 (存在陷阱)：**

1. 辨識圖表：

- Y 軸 (縱軸)：人口變動數 (萬人)。
- X 軸 (橫軸)：年齡 (歲)。
- 0 軸以上為「增加」(正數)，0 軸以下為「減少」(負數)。

2. 找出「60 歲以上」的所有組別：

- 60-70 歲：-215 萬人 (減少)
- 70-80 歲：+112 萬人 (增加)
- 80-90 歲：-109 萬人 (減少)
- 90 歲以上：+204 萬人 (增加)

3. 計算總和：

- $(-215) + (+112) + (-109) + (+204)$
- 將正負數分開計算：
- 增加： $112 + 204 = 316$
- 減少： $-215 + (-109) = -324$

- 總變動： $316 - 324 = -8$ 萬人。

發現問題：

正確答案 -8 萬人並不在選項中。這顯示題目很可能存在瑕疵。

4. 尋找「命題者的意圖」：

- (A) 增加 207 萬人
- (B) 增加 425 萬人
- (C) 減少 109 萬人
- (D) 減少 271 萬人

5. 嘗試不同的組合以找出答案 (A) 207 萬人：

- $(+112) + (-109) + (+204) = 3 + 204 = 207$

6. 結論：

這道題目的「標準答案」(A) 207 萬人，是計算「70 歲以上」的總和，而非題目所問的「60 歲以上」。

- 正確答案：(A)

2. 迷思之處與誤導原因

這道題目的設計瑕疵（題目文字與答案不符）是學生產生迷思的主因。

根據資料表，「待加強」群體中：

- 選 (A) (正確答案)：42.5%
- 選 (C) (主要誘答選項)：25%
- 選 (B)：17.5%
- 選 (D)：15%

主要迷思：選 (C) 減少 109 萬人 (佔 25%)

- 錯誤路徑：

學生在計算「60 歲以上」時，需要加總 4 個數字，過程繁瑣且充滿正負號。當他們算出 -8 萬人卻發現沒有選項時，他們會感到困惑並放棄加總。

- 迷思根源（「抓取單一數字」）：

- 學生放棄了「總和」的概念，轉而從「60 歲以上」的範圍內**「挑選」一個看起來最合理的數字**。
- (C) 選項「減少 109 萬人」完全等於 80-90 歲年齡組的變動數。
- 這是一種典型的「化繁為簡」的錯誤策略：當學生無法處理多重資訊時，他們會隨意抓取其中一項資訊作為答案。

次要迷思：選 (D) 減少 271 萬人 (佔 15%)

- 錯誤路徑：

這個選項來自於嚴重的圖表誤讀。

1. 學生誤讀了問題，可能只看了 70 歲以上的區域。
2. 他們誤讀了圖表，將 70-80 歲的 $\$+112\$$ 萬（在 0 軸上方）錯看成圖上標示在 70-80 歲附近的另一個數字 -162 。
3. 他們將這個錯看的 -162 與 80-90 歲的 -109 相加。
4. $(-162) + (-109) = -271$ 。

- 誤導原因：

圖表上的標示（尤其是 -162）位置混亂，導致學生將不相關的數字錯誤地組合在一起。

3. 解決方法與教學建議

1. 坦承題目瑕疵：

教學時，老師應首先承認「這道題目有問題」。

- （1）帶學生算出「60 歲以上」的正確答案是 -8 萬人。
- （2）告訴學生 -8 不在選項中。
- （3）接著帶學生算出「70 歲以上」的答案是 207 萬人，並指出這才是命題者想要的答案。

2. 強調「總和」概念，對抗「抓取單一數字」：

- 針對選（C）的學生，要反覆強調「60 歲以上」**不是**指 60-90 歲中的任何「一個」年齡組，而是**所有**相關組別的「**總和**」。
- 在圖上用色筆把 60-70, 70-80, 80-90, 90+ 四個長條都圈起來，強化「全部都要算」的觀念。

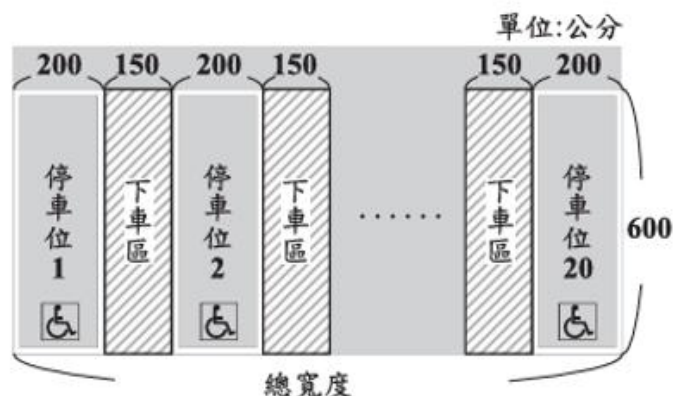
3. 訓練「正負數加總」的計算習慣：

- 很多學生在 $(-215) + (+112) + (-109) + (+204)$ 這一步就出錯了。
- **教學技巧：**訓練學生使用「T 字帳」或「分開加總」：
 - **增加（正）：** $112 + 204 = 316$
 - **減少（負）：** $215 + 109 = 324$
 - **比較：** 減少的（324）比 增加的（316）多了 8 $\Rightarrow$ 總結果為 -8 萬。
- 透過有條理的計算，減少學生因正負號混淆而產生的挫折感。

夥伴們：提升閱讀能力

9. 某園區想將 20 個無障礙停車位設置在出入口附近，為了符合規定，規劃每個停車位的長度為 600 公分，寬度為 200 公分，並且停車位旁需設置寬度為 150 公分的下車區，相鄰的停車位可以共用下車區。若以圖（五）的方式讓這些停車位相鄰，且兩個相鄰的停車位之間皆有以下車區，則圖中的停車位及下車區的總寬度是多少公分？

- (A) 6850
(B) 7000
(C) 7150
(D) 7200



題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 通過率/ 平均得分	待加強 通過率/ 平均得分	待加強 選A/零 級分 百分比	待加強 選B/一 級分 百分比	待加強 選C/二 級分 百分比	待加強 選D/三 級分 百分比
9	評量學生是否能在生活情境中應用等差數列解決問題	學習表現：n-IV-7、 學習內容N-8-4	A	0.7586	0.325	32.5	37.5	12.5	17.5

核心問題解析

- **題目：**這是一道「植樹問題」（或稱「間隔問題」）的生活應用題。
- **評量目標：**評量學生是否能在生活情境中應用等差數列解決問題。
- **正確解法：**
 1. **辨識規律：**
 - 題目要計算 20 個停車位「相鄰」排列的總寬度。
 - 關鍵句：「兩個相鄰的停車位之間皆有以下車區」。
 - **模型：**這就像是「種 20 棵樹，樹與樹之間有間隔」。
 - $[車位 1] - [下車區] - [車位 2] - [下車區] - \dots - [下車區] - [車位 20]$
 2. **計算元素：**
 - **停車位（樹）：**20 個
 - **下車區（間隔）：**20 個停車位，中間會有 19 個下車區。
 3. **計算總寬度：**
 - $(\text{停車位總寬}) + (\text{下車區總寬})$
 - $= (20 \times 200) + (19 \times 150)$
 - $= 4000 + 2850$
 - $= 6850$
- **正確答案：**(A) 6850

2. 迷思之處與誤導原因

根據資料表，「待加強」群體中：

- 選 (A) 6850 (正確答案)：32.5%
- 選 (B) 7000 (主要誘答選項)：37.5% (比例最高)
- 選 (C) 7150：12.5%
- 選 (D) 7200：17.5%

📌 **主要迷思：**選 (B) 7000 的學生 (佔 37.5%)

這道題最主要的迷思是「未能正確辨識『植樹問題』的規律」。

- **錯誤的計算過程：**
 - 學生**錯誤地**認為 20 個停車位就需要 20 個下車區。
 - 他們將 $[停車位 + 下車區]$ 視為一個完整的單位，並將這個單位重複了 20 次。
 - $(\text{停車位寬} + \text{下車區寬}) \times 20$
 - $= (200 + 150) \times 20$
 - $= 350 \times 20 = 7000$
 - 或者，他們分別計算： $20 \times 200 + 20 \times 150 = 4000 + 3000 = 7000$

- 誤導原因：

- 直覺陷阱：學生直覺地認為「20 個車位」就對應「20 個下車區」，他們沒有仔細思考「之間」這個詞的含意，即第 20 個車位之後並不需要再多一個下車區。
- 閱讀理解錯誤：他們將「相鄰的停車位可以共用下車區」和「兩個相鄰的停車位之間皆有下車區」這兩句話，誤解為「一個車位配一個下車區」。

✿ 次要迷思：選 (C) 7150 的學生 (佔 12.5%)

- 錯誤的計算過程：

- 這是「植樹問題」的另一種典型錯誤：「兩端都種」的模型。
- 學生可能認為 20 個車位，除了中間的 19 個間隔外，在最開頭和最結尾也各需要一個下車區。
- (停車位總寬) + (21 個下車區總寬)
- $= (20 \times 200) + (21 \times 150)$
- $= 4000 + 3150 = 7150$

- 誤導原因：學生套用了錯誤的「植樹模型」（例如馬路頭尾都種樹），而沒有根據題目的圖示和情境來判斷。

3. 解決方法與教學建議

1. 簡化問題，建立模型：

- 不要一開始就用 20 個車位，而是從 2 個或 3 個車位開始畫圖：
 - 2 個車位：[車位 200] - [間隔 150] - [車位 200] $\Rightarrow$ 總寬 $= 2 \times 200 + 1 \times 150 = 550$
 - 3 個車位：[車位 200] - [間隔 150] - [車位 200] - [間隔 150] - [車位 200] $\Rightarrow$ 總寬 $= 3 \times 200 + 2 \times 150 = 900$
- 讓學生自己發現規律：「N 個車位，只需要 N-1 個間隔。」

2. 明確「間隔」的定義：

- 強調「間隔」（下車區）是存在於「兩個物體之間」的。
- 帶領學生練習：2 根手指之間有 1 個縫隙；5 根手指之間有 4 個縫隙。
- 將「停車位」類比為「手指」，「下車區」類比為「縫隙」，強化 N 與 N-1 的關係。

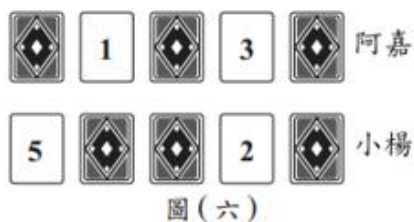
3. 分析錯誤選項：

- (B) 7000：直接問學生：「你多算的 $1 \times 150 = 150$ 是在哪裡？」（答案：在第 20 個車位的後面，但那裡已經不需要了）。
- (C) 7150：問學生：「你多算的 $2 \times 150 = 300$ 是在哪裡？」（答案：在第 1 個車位的前面和第 20 個車位的後面）。

夥伴們：加強學生圖形觀察能力

11. 阿嘉和小楊都有 5 張分別標示數字 1、2、3、4、5 的紙牌，圖（六）表示兩人的牌中皆有三張牌被自己蓋住的情形。今兩人打算從自己蓋住的紙牌中翻開一張牌，若阿嘉蓋住的牌中每張牌被翻開的機會相等，小楊蓋住的牌中每張牌被翻開的機會相等，則比較兩人翻開的那張牌上的數字，阿嘉比小楊大的機率為何？

- (A) $\frac{1}{3}$
(B) $\frac{2}{3}$
(C) $\frac{1}{9}$
(D) $\frac{2}{9}$



題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 通過率/ 平均得分	待加強 通過率/ 平均得分	待加強 選A/零 級分 百分比	待加強 選B/一 級分 百分比	待加強 選C/二 級分 百分比	待加強 選D/三 級分 百分比
11	評量學生是否能在情境中應用樹狀圖求出機率	學習表現：d-IV-2、 學習內容D-9-2	B	0.7586	0.4	30	40	15	15

核心問題解析

- **題目：**比較阿嘉和小楊從各自「蓋住的牌」中翻一張，阿嘉數字大於小楊數字的機率。
- **評量目標：**評量學生是否能在情境中應用樹狀圖（或表格法）求出機率。
- **正確解法：**

1. 找出各自「蓋住的牌」：

- 牌有 {1, 2, 3, 4, 5}。
- 阿嘉 顯示了 {1, 3} $\Rightarrow$ 他蓋住的牌是 {2, 4, 5}（共 3 張）。
- 小楊 顯示了 {2, 5} $\Rightarrow$ 他蓋住的牌是 {1, 3, 4}（共 3 張）。

2. 找出所有可能組合（樣本空間）：

- 兩人各自從 3 張蓋住的牌中隨機翻 1 張。
- 總組合數 = $3 \times 3 = 9$ 種。

3. 使用表格法列出所有 9 種組合（阿嘉，小楊）：

	小楊翻出 1	小楊翻出 3	小楊翻出 4
阿嘉翻出 2	(2, 1)	(2, 3)	(2, 4)
阿嘉翻出 4	(4, 1)	(4, 3)	(4, 4)
阿嘉翻出 5	(5, 1)	(5, 3)	(5, 4)

4. 找出「阿嘉 > 小楊」的事件：

- (2, 1) ✓
- (2, 3) X
- (2, 4) X
- (4, 1) ✓
- (4, 3) ✓
- (4, 4) X

- (5, 1) ✓
- (5, 3) ✓
- (5, 4) ✓

5. 計算機率：

- 在 9 種所有可能中，有 6 種是「阿嘉 > 小楊」。
- 機率 = $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

• 正確答案：(B) 2/3

2. 迷思之處與誤導原因

根據資料表，「待加強」群體中：

- 選 (B) 2/3 (正確答案)：40%
- 選 (A) 1/3 (主要誘答選項)：30% (比例最高)
- 選 (C) 1/9：15%
- 選 (D) 2/9：15%

📌 主要迷思：選 (A) 1/3 的學生 (佔 30%)

- 迷思：計算不完全 / 簡化比較。
- 錯誤路徑推導：
 1. 學生**正確**意識到總共有 9 種可能 (或分母是 3 的倍數)。
 2. **錯誤點**：他們在計算「阿嘉 > 小楊」的事件時**少算了**。
 3. **最可能的錯誤**：他們只比較了阿嘉的 {2, 4, 5} 和小楊的 {1, 3, 4} 中的**單一配對**。例如，他們只拿阿嘉的所有牌去和小楊的 {1} 比較：
 - (2, 1) ✓
 - (4, 1) ✓
 - (5, 1) ✓
 - 學生找到了 3 個事件，然後就停止了。
 4. 他們算出的機率是 3/9，約分後得到 1/3。
- 誤導原因：
 - 學生沒有使用**表格法**或**樹狀圖**等系統性工具，而是試圖在腦中「配對」，導致嚴重遺漏。
 - (A) 1/3 是一個非常「基本」的機率數字 (例如「三張牌抽中一張」)，學生在混亂中很容易猜向這個答案。

📌 次要迷思：選 (C) 1/9 的學生 (佔 15%)

- 迷思：只找到一個事件。
- 錯誤路徑推導：
 1. 學生**正確**算出總事件數為 $3 \times 3 = 9$ 。
 2. **錯誤點**：他們只找到了一個「阿嘉 > 小楊」的組合，例如 (2, 1)。
 3. 他們以為答案就是 1/9，並停止了搜索。

3. 解決方法與教學建議

1. 強調「閱讀理解」為第一步：

- 學生最大的第一個陷阱是「搞錯比較的對象」。必須先花時間帶學生圈出「蓋住的牌」有哪些，算出 {2, 4, 5} 和 {1, 3, 4}。如果這一步錯了，後面就全錯了。

2. 強制使用「表格法」或「樹狀圖」：

- 針對這種「兩個獨立事件」的複合機率，**嚴禁**學生憑「感覺」或「心算」來配對。
- **表格法（如上所示）是最清晰的**：一排當阿嘉、一列當小楊，然後把 9 個格子全部填滿，最後再一個一個打 ✓ 或 ✕
- 這能 100% 避免選 (A), (C), (D) 的學生所犯的「計算不完全」的錯誤。

夥伴們：加強樹狀圖

小桃買了一輛變速自行車，在騎乘時可以切換不同的前齒輪齒數與後齒輪齒數的組合來適應各種坡度。已知這輛自行車的前齒輪有 3 種齒數，後齒輪有 6 種齒數，如表(一)所示，前齒輪齒數與後齒輪齒數的組合有 $3 \times 6 = 18$ 種，因此這輛自行車稱為 18 段變速自行車。

表(一)

前齒輪	22齒、33齒、44齒
後齒輪	14齒、16齒、18齒、21齒、24齒、28齒

已知，齒輪比 = $\frac{\text{前齒輪齒數}}{\text{後齒輪齒數}}$ ，它代表前齒輪轉動一圈會帶動後齒輪轉動多少圈，齒輪比越大，自行車踩起來越費力。

24. 小桃騎乘該自行車時，原本使用的前齒輪為 33 齒，後齒輪為 21 齒。根據上文，他從原本的前後齒輪組合切換成下列四種組合中的哪一種後，踩起來最費力？
- (A) 前齒輪不變，後齒輪切換為 18 齒
 (B) 前齒輪不變，後齒輪切換為 24 齒
 (C) 前齒輪切換為 22 齒，後齒輪不變
 (D) 前齒輪切換為 44 齒，後齒輪不變

題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 通過率/ 平均得分	待加強 通過率/ 平均得分	待加強 選A/零 級分 百分比	待加強 選B/一 級分 百分比	待加強 選C/二 級分 百分比	待加強 選D/三 級分 百分比
24	評量學生是否能在生活情境中根據分數的大小關係回應情境中的問題	學習表現：n-IV-2、 學習內容N-7-3	D	0.7931	0.225	17.5	30	27.5	22.5

核心問題解析

- **題目：**這是一道生活情境題，評量學生是否能根據定義（分數）比較大小，並應用到情境中。
- **定義：**齒輪比 = 前齒輪齒數 / 後齒輪齒數
- **規則：**齒輪比**越大**，踩起來**越費力**。
- **目標：**找出「最費力」的選項，即找出**「齒輪比最大」**的選項。
- **原始狀態：**前 33 / 後 21 $\div 1.57$
- **逐一計算選項：**
 - (A) 前 33 / 後 18 $\div 1.83$
 - (B) 前 33 / 後 24 = 1.375
 - (C) 前 22 / 後 21 $\div 1.05$
 - (D) 前 44 / 後 21 $\div 2.095$
- **比較：**(D) 2.095 > (A) 1.83 > (原始) 1.57 > (B) 1.375 > (C) 1.05
- **正確答案：**(D) (齒輪比最大，最費力)

2. 迷思之處與誤導原因

根據資料表，「待加強」群體中：

- 選 (D) (正確答案)：22.5% (答對率極低)
- 選 (B) (主要誘答選項)：30% (比例最高)
- 選 (C) (次要誘答選項)：27.5% (比例也非常高)
- 選 (A)：17.5%

這組數據顯示，高達 77.5% 的「待加強」學生都答錯了。錯誤高度集中在 (B) 和 (C)，這揭示了兩個主要的迷思概念。

🔴 主要迷思：選 (B) 的學生 (佔 30%)

- **迷思：**顛倒了「後齒輪」與「力氣」的關係。
- **錯誤路徑：**
 1. 學生知道「費不費力」主要看「後齒輪」的變化（這是騎車的經驗）。
 2. **迷思發生點：**他們**錯誤地**將「越費力」與「後齒輪齒數越大」直接聯繫起來。他們可能想成「齒輪越大顆，踩起來越費力」。
 3. 他們在 (A) 18 齒 和 (B) 24 齒 之間比較，並選擇了**數字較大的** (B) 24 齒。
- **誤導原因：**
 - 這是最強的誘答選項，因為它利用了學生「一知半解」的日常經驗，並將其與一個**錯誤**的直覺（大 = 費力）相結合。
 - **正確觀念是：**上坡時（省力），要換到大的後齒輪；平路時（費力），要換到小的後齒輪。選 (B) 的學生**完全搞反了**這個規則。

🔴 次要迷思：選 (C) 的學生 (佔 27.5%)

- **迷思：**顛倒了「齒輪比」的公式。
- **錯誤路徑：**
 1. 學生**錯誤地**將「齒輪比」記成 後齒輪齒數 / 前齒輪齒數（分子分母顛倒）。
 2. 他們正確地套用了「齒輪比越大越費力」的規則。

3. 計算錯誤的齒輪比：

- (A) 後 18 / 前 33 $\div$ 0.54
- (B) 後 24 / 前 33 $\div$ 0.72
- (C) 後 21 / 前 22 $\div$ 0.95 (最大)
- (D) 後 21 / 前 44 $\div$ 0.47

4. 學生找到了 (C) 這個「錯誤的最大值」，並將其選為答案。

• 誤導原因：

- 這是典型的「程序錯誤」。學生背錯了公式（定義），但後續的計算和比較都是正確的。
- (C) 選項的誘答性極強，專門吸引那些「記錯公式」的學生。

3. 解決方法與教學建議

1. 口訣化「省力」與「費力」的規則：

- 這是本題的關鍵。學生必須理解分數 前/後 如何變大或變小。
- 要「最費力」= 要「齒輪比最大」
- 如何讓前/後變最大？
 - (1) 分子（前）越大越好 $\Rightarrow$ (D) 44 是最佳選擇。
 - (2) 分母（後）越小越好 $\Rightarrow$ (A) 18 是最佳選擇。
- 結論： 真正的答案一定在 (A) 或 (D) 之間。這一步就能刪去 (B) 和 (C) 兩個最強的誘答選項。

2. 連結真實情境（矯正迷思 B）：

- 直接問學生：「你騎腳踏車上坡時（需要**省力**），你會把後齒輪換到大片還是小片？」
- 答案：「換到**大片**（齒數多）。」
- 推論：「**省力**」=「後齒輪大」。
- 反推：「**費力**」=「後齒輪小」。
- 這個結論可以直接打臉選 (B)（後齒輪 24）的學生。

3. 強調定義的閱讀（矯正迷思 C）：

- 針對選 (C) 的學生，他們的問題出在「閱讀不仔細」。
- 帶他們重讀一次定義：「齒輪比 = 前齒輪齒數 / 後齒輪齒數，並要求他們在計算時，先把這個公式寫在旁邊，防止自己不小心把分子分母搞反。

小桃買了一輛變速自行車，在騎乘時可以切換不同的前齒輪齒數與後齒輪齒數的組合來適應各種坡度。已知這輛自行車的前齒輪有 3 種齒數，後齒輪有 6 種齒數，如表(一)所示，前齒輪齒數與後齒輪齒數的組合有 $3 \times 6 = 18$ 種，因此這輛自行車稱為 18 段變速自行車。

表(一)

前齒輪	22齒、33齒、44齒
後齒輪	14齒、16齒、18齒、21齒、24齒、28齒

已知，齒輪比 = $\frac{\text{前齒輪齒數}}{\text{後齒輪齒數}}$ ，它代表前齒輪轉動一圈會帶動後齒輪轉動多少圈，齒輪比越大，自行車踩起來越費力。

25. 即使是不同的前齒輪齒數與後齒輪齒數的組合，仍可能產生相同的齒輪比，因此小桃這輛 18 段變速自行車實際上只能夠產生 14 種不同的齒輪比。根據上文，判斷這輛自行車切換前齒輪齒數與後齒輪齒數的組合時，下列哪一個齒輪比有最多種組合？

- (A) $\frac{11}{6}$
 (B) $\frac{11}{7}$
 (C) $\frac{11}{8}$
 (D) $\frac{11}{9}$

題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 通過率/ 平均分	待加強 通過率/ 平均分	待加強 選A/零 級分 百分比	待加強 選B/一 級分 百分比	待加強 選C/二 級分 百分比	待加強 選D/三 級分 百分比
25	評量學生是否能在生活情境中應用相等的比的性質回應情境中的問題	學習表現：n-IV-4、 學習內容N-7-9	B	0.7586	0.225	25	22.5	30	20

1. 核心問題解析

- 題目：這是一道情境題，延續第 24 題的腳踏車齒輪設定。
- 評量目標：評量學生是否能在情境中應用「等值分數 (相等的比)」的性質回推問題。
- 任務：判斷 (A), (B), (C), (D) 四個齒輪比 (已約分) 中，哪一個能由「前齒輪 {22, 33, 44}」和「後齒輪 {14, 16, 18, 21, 24, 28}」組合出最多種組合。
- 正確解法 (系統性檢驗)：
 - 齒輪比 = $\frac{\text{前齒輪}}{\text{後齒輪}}$
 - (A) $\frac{11}{6}$ ：
 - $\frac{22}{12}$ (後齒輪 12 不存在)
 - $\frac{33}{18}$ (存在 ✓)
 - $\frac{44}{24}$ (存在 ✓)
 - 總共 2 種組合
 - (B) $\frac{11}{7}$ ：
 - $\frac{22}{14}$ (存在 ✓)
 - $\frac{33}{21}$ (存在 ✓)
 - $\frac{44}{28}$ (存在 ✓)
 - 總共 3 種組合

- (C) $\frac{11}{8}$:
 - $\frac{22}{16}$ (存在 ✓)
 - $\frac{33}{24}$ (存在 ✓)
 - $\frac{44}{32}$ (後齒輪 32 不存在)
 - 總共 2 種組合
- (D) $\frac{11}{9}$:
 - $\frac{22}{18}$ (存在 ✓)
 - $\frac{33}{27}$ (後齒輪 27 不存在)
 - $\frac{44}{36}$ (後齒輪 36 不存在)
 - 總共 1 種組合
- 結論：(B) $\frac{11}{7}$ 有 3 種組合，是所有選項中最多的。
- 正確答案：(B)

2. 迷思之處與誤導原因

根據資料表，「待加強」群體中：

- 選 (B) (正確答案)：22.5% (答對率非常低)
- 選 (C) $11/8$ (主要誘答選項)：30% (比例最高)
- 選 (A) $11/6$ (次要誘答選項)：25%
- 選 (D) $11/9$ ：20%

📌 主要迷思：選 (C) $11/8$ 的學生 (佔 30%)

- 迷思：「不完整的系統性檢驗」。
- 錯誤路徑：
 1. 這道題目的「認知負擔」非常重。學生必須逐一測試 4 個選項，每個選項又要分別對 3 個前齒輪進行檢查，總共要進行 $4 \times 3 = 12$ 次的計算和比對。
 2. 「待加強」的學生缺乏耐心或系統去完成這 12 次檢查。
 3. 最可能的錯誤：學生採用了「找到就好」的策略。
 - 他們可能先檢查 (A) $11/6$ ，找到了 (33/18) 這一組，就停止了。
 - 接著檢查 (B) $11/7$ ，找到了 (22/14) 這一組，也停止了。
 - 接著檢查 (C) $11/8$ ，他們找到了 (22/16) 和 (33/24) 這兩組。
 - 此時，他們發現 (C) 有 2 組，比他們之前找到的 (A) 1 組 和 (B) 1 組 都多。
 4. 學生錯誤地在此刻做出結論，認為 (C) 就是最多的，然後就停止了後續的檢查。
- 誤導原因：
 - (C) 是第一個學生在「不完整檢查」中能找到「超過 1 組」的選項。
 - 他們沒有回頭去徹底檢查 (A) (其實也有 2 組) 和 (B) (其實有 3 組)，因為他們已經找到了一個「看似最大」的答案。

📌 次要迷思：選 (A) $11/6$ 的學生 (佔 25%)

- 迷思：同樣是「不完整的系統性檢驗」。

• 錯誤路徑：

- 這些學生的檢查順序可能不同，或者他們比選 (C) 的學生更幸運一點。
- 他們檢查 (A) 11/6 時，找到了 (33/18) 和 (44/24) 這兩組。
- 他們可能就此停止，認為 (A) 就是答案。這也解釋了為何 (A) 和 (C) (兩者都各有 2 組) 會吸引到最多答錯的學生。

3. 解決方法與教學建議

1. 建立「系統性檢查」的SOP：

- 這是解這道題的唯一方法。
- 教學時，應強制學生畫出一個表格來SOP化解題過程。 $| \text{選項} | \times 2 \text{ (前齒輪 22)} | \times 3 \text{ (前齒輪 33)} | \times 4 \text{ (前齒輪 44)} | \text{組合數} | | : \text{---} | : \text{---} | : \text{---} | : \text{---} | : \text{---} | | (A) \frac{11}{6} | \frac{22}{12} (\times) | \frac{33}{18} (\checkmark) | \frac{44}{24} (\checkmark) | 2 | | (B) \frac{11}{7} | \frac{22}{14} (\checkmark) | \frac{33}{21} (\checkmark) | \frac{44}{28} (\checkmark) | 3 | | (C) \frac{11}{8} | \frac{22}{16} (\checkmark) | \frac{33}{24} (\checkmark) | \frac{44}{32} (\times) | 2 | | (D) \frac{11}{9} | \frac{22}{18} (\checkmark) | \frac{33}{27} (\times) | \frac{44}{36} (\times) | 1 |$
- 透過表格，強迫學生填滿所有格子，避免他們因「提早發現」而「提早停止」檢查。

2. 化繁為簡的提示：

- 觀察前齒輪 {22, 33, 44} 都是 11 的倍數 (11×2 , 11×3 , 11×4)。
- 這提示我們，所有選項的分母，都應該要分別 $\times 2$, $\times 3$, $\times 4$ 來檢查。
- (B) $11/7 \Rightarrow$ 檢查 $7 \times 2=14$, $7 \times 3=21$, $7 \times 4=28$ 。這三組剛好都在後齒輪的選項中。
- 這種「模式識別」可以幫助學生更快找到答案。

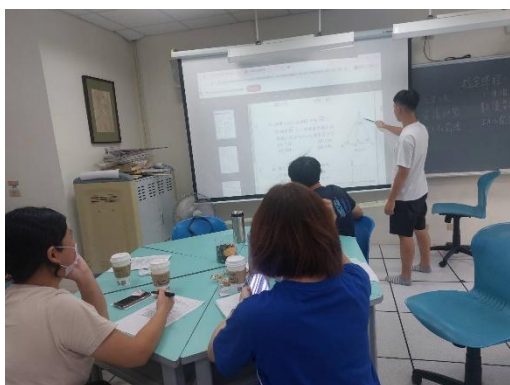
題號	評量目標	命題依據	答案	基礎 通過率/ 平均得分	待加強 通過率/ 平均得分	待加強 選A/零 級分 百分比	待加強 選B/一 級分 百分比	待加強 選C/二 級分 百分比	待加強 選D/三 級分 百分比
26	評量學生是否能理解生活情境中的表格數據，並應用二元一次聯立方程式解決問題	學習表現：a-IV-4、學習內容A-7-5		1.1034	0.325	67.5	32.5	0	0
5	評量學生是否能應用三角形內角和與外角定理求出角度	學習表現：s-IV-2、學習內容S-8-2	C	1	0.5	7.5	30	50	12.5
3	評量學生是否能分辨線對稱圖形	學習表現：s-IV-5、學習內容S-7-4	C	0.9655	0.725	15	5	72.5	7.5
7	評量學生是否能理解直方圖上的資訊	學習表現：d-IV-1、學習內容D-7-1	A	0.8966	0.425	42.5	17.5	25	15
2	評量學生是否能做多項式減法	學習表現：a-IV-5、學習內容A-8-3	B	0.8621	0.45	7.5	45	15	32.5
6	評量學生是否能根據坐標判斷點在坐標平面上的位置	學習表現：g-IV-1、學習內容G-7-1	A	0.8621	0.3	30	20	25	25
4	評量學生是否能利用加減消去法解二元一次聯立方程式	學習表現：a-IV-4、學習內容A-7-5	B	0.7931	0.3	37.5	30	12.5	20
24	評量學生是否能在生活情境中根據分數的大小關係回應情境中的問題	學習表現：n-IV-2、學習內容N-7-3	D	0.7931	0.225	17.5	30	27.5	22.5
1	評量學生是否能做指數律運算	學習表現：n-IV-3、學習內容N-7-7	C	0.7586	0.25	15	52.5	25	7.5
9	評量學生是否能在生活情境中應用等差數列解決問題	學習表現：n-IV-7、學習內容N-8-4	A	0.7586	0.325	32.5	37.5	12.5	17.5
11	評量學生是否能在情境中應用樹狀圖求出機率	學習表現：d-IV-2、學習內容D-9-2	B	0.7586	0.4	30	40	15	15
25	評量學生是否能在生活情境中應用相等的比的性質回應情境中的問題	學習表現：n-IV-4、學習內容N-7-9	B	0.7586	0.225	25	22.5	30	20
27	評量學生是否能以符號代表數並應用比例式的性質推論	學習表現：n-IV-4、學習內容N-7-9		0.7586	0.075	92.5	7.5	0	0

差值小於 -0.2			
題序	分項能力	評量目標	差值
1	程序執行	評量學生是否能做指數律運算	-0.21
4	程序執行	評量學生是否能利用加減消去法解二元一次聯立方程式	-0.21
8	程序執行	評量學生是否能做根式的乘法	-0.22
21	分析思考	評量學生是否能分析二次函數圖形特徵，判斷平移過程中圖形與y軸交點位置的變化情形	-0.21
差值小於 -0.1			
題序	分項能力	評量目標	差值
2	程序執行	評量學生是否能做多項式減法	-0.15
6	概念理解	評量學生是否能根據坐標判斷點在坐標平面上的位置	-0.18
9	解題應用	評量學生是否能在生活情境中應用等差數列解決問題	-0.14
10	解題應用	評量學生是否能應用乘法公式解決問題	-0.18
11	解題應用	評量學生是否能在情境中應用樹狀圖求出機率	-0.12
13	概念理解	評量學生是否能判斷一元二次方程式的解的情形	-0.16
14	解題應用	評量學生是否能在生活情境中應用一元一次方程式解決問題	-0.12
15	概念理解	評量學生是否能根據一數的絕對值在數線上的意義判斷原點位置	-0.16
16	分析思考	評量學生是否能應用平行線截比例線段性質推論	-0.14
19	解題應用	評量學生是否能在生活情境中應用一元一次不等式解決問題	-0.11
24	解題應用	評量學生是否能在生活情境中根據分數的大小關係回應情境中的問題	-0.17
差值小於 -0.05			
題序	分項能力	評量目標	差值
5	解題應用	評量學生是否能應用三角形內角和與外角定理求出角度	-0.08
7	概念理解	評量學生是否能理解直方圖上的資訊	-0.1
12	概念理解	評量學生是否能根據面的邊長判斷四個面能不能組成正三角錐	-0.1
18	分析思考	評量學生是否能應用最大公因數與最小公倍數的概念推論	-0.06
22	解題應用	評量學生是否能應用重心性質求出面積比例	-0.09
23	分析思考	評量學生是否能連結旋轉前後三角形與圓的關係，並應用圓周角與等弦對等弧性質求出角度	-0.09
25	解題應用	評量學生是否能在生活情境中應用相等的比的性質回應情境中的問題	-0.07

七、散會

活動照片





簽到表:如下

114 學年度數學領域會議				
日期: 114.10.20 簽到單 地點: M				
編號	姓名	簽到	簽退	備註
1	黃雅玲	黃雅玲	黃雅玲	
2	林鈺嘉	林鈺嘉	林鈺嘉	
3	賴志鴻	賴志鴻	賴志鴻	
4	謝明智 銘	謝銘智	謝銘智	
5	賴麗如	賴麗如	賴麗如	