

# 宜蘭縣第十二屆蘭陽盃數學大賽活動

## 數學金頭腦 C 組初試題本

試場編號： 14

**請不要翻到次頁！**

**讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！**

**※請先確認你的答案卡、准考證與座位號碼是否一致無誤。**

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第十二屆蘭陽盃數學大賽的數學金頭腦C組初試題本。題本採單面印刷，共有 30 題選擇題，合計六頁。測驗時間共 35 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

1. 所有試題均為四選一的選擇題，答錯不倒扣。
2. 第1題～第20題每題3分，第21題～第30題每題4分，總分100分。
3. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
4. 可利用試題本中空白部分計算，切勿在答案卡上計算。
5. 請核對答案卡上印製試場編號、座號、姓名、分組等資料。
5. 不可故意污損答案卡或試題本，否則不予計分。

作答方式：

請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 **2B** 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。例如答案為 **B**，則將 **Ⓑ** 選項塗黑、塗滿，即：**Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ**

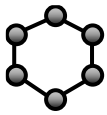
以下為錯誤的畫記方式，可能導致電腦無法正確判讀。如：

- Ⓐ **Ⓑ** Ⓒ Ⓓ — 未將選項塗滿
- Ⓐ **Ⓑ** Ⓒ Ⓓ — 未將選項塗黑
- Ⓐ ● **Ⓒ** Ⓓ — 未擦拭乾淨
- Ⓐ ● **Ⓒ** Ⓓ — 塗出選項外
- Ⓐ ● ● **Ⓒ** Ⓓ — 同時塗兩個選項

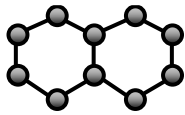
請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

1. 計算  $(\frac{1}{2}-3)\times\frac{4}{5}+\frac{5}{6}\div(\frac{3}{4}-\frac{2}{3})=?$   
 (A)  $-12$  (B)  $-8$  (C)  $12$  (D)  $8$ 。
2.  $1.245\times 10^{-4}$  小數點後第五位數為  $a$ ， $9.876\times 10^8$  為  $b$  位數字，則  $a^b$  為多少？  
 (A)  $1$  (B)  $256$  (C)  $512$  (D)  $1024$ 。
3.  $\underbrace{99999999999}_{11\text{個}9}\times\underbrace{99999999999}_{11\text{個}9}+1\underbrace{99999999999}_{11\text{個}9}=10^\Delta$ ，則  $\Delta=?$   
 (A)  $20$  (B)  $22$  (C)  $23$  (D)  $100$ 。
4. Bert在生日時收到一個長方體禮盒，裡面全裝滿了糖果，共100顆，幾星期後，Carrie收到一個更大的長方體禮盒，這個禮盒的長、寬、高均為Bert的禮盒長、寬、高的兩倍，若Carrie的禮盒裝滿了相同的糖果，則可裝糖果的顆數大約為多少？  
 (A) 400顆 (B) 600顆 (C) 800顆 (D) 1000顆。
5. 將一包巧克力平均分給  $x$  位同學，每人得5個，最後還剩5個，請問5包共有幾個巧克力？  
 (A)  $25x+25$  (B)  $25x+5$  (C)  $5x+25$  (D)  $5x+5$ 。
6. 若  $|a-2|+|b-3|=0$ ，則  $ax+by=4$  的圖形不通過第幾象限？  
 (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四。

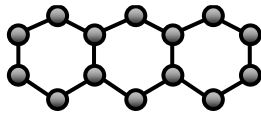
7. 下列各圖由牙籤與小球球組合而成，且依照一定規則排序，請問圖十和圖四相差幾顆小球球？



圖一



圖二



圖三

.....

- (A) 24 (B) 28 (C) 36 (D) 42 。
8. 當  $y = f(x) = 1$ ，求  $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(100) = ?$   
 (A) 100 (B) 101 (C) 5050 (D) 5051 。
9. 已知多項式  $4x^3 + 12x^2 + ax + b$  能被  $4x^2 - 5$  整除，則  $a + b = ?$   
 (A)  $-20$  (B)  $20$  (C)  $-10$  (D)  $10$  。
10. 計算  $(12 + \frac{12}{13})^2 - 169 \frac{1}{169}$  之值為何？  
 (A) 0 (B) 2 (C)  $-2$  (D)  $1\frac{167}{169}$  。
11. 多項式  $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$  是下列哪一個式子的倍式？  
 (A)  $x + 2$  (B)  $x - 4$  (C)  $x - 1$  (D)  $x + 4$  。
12. 二元一次方程式  $(a^2 - 3a + 2)x + (a^2 - 5a + 6)y = 2019$  畫出來的圖形為一垂直  $x$  軸的直線，則  $a = ?$   
 (A) 1或2 (B) 2或3 (C) 1 (D) 3 。

13. 判斷下列各式的值，何者最大？

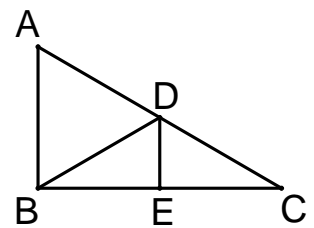
- (A)  $\sqrt{9 \times 31^2 - 33^2}$  (B)  $\sqrt{16 \times 21^2 - 24^2}$  (C)  $\sqrt{25 \times 17^2 - 25^2}$  (D)  $\sqrt{36 \times 13^2 - 18^2}$ 。

14. 已知  $a$ 、 $b$  均為正整數，且  $2\sqrt{a} + 3\sqrt{b} = 7$ ，則  $a + b = ?$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。

15. 如右圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$  上， $\overline{DE}$  為  $\overline{BC}$  的中垂線， $\overline{DB}$  為  $\angle ADE$  的角平分線。若  $\angle A = 59^\circ$ ，則  $\angle ABD$  的度數為何？

- (A)  $58^\circ$  (B)  $59^\circ$  (C)  $61^\circ$  (D)  $62^\circ$ 。

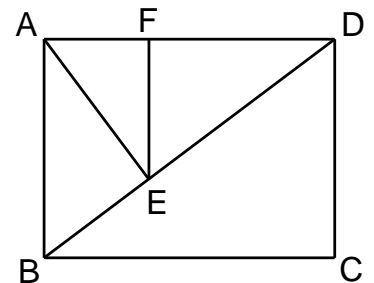


16. 假設九年一班全班共有18位學生，這18位學生的平均身高為161公分，已知男生有8人，且男生平均身高比女生平均身高多9公分，則女生的平均身高為幾公分？

- (A) 159公分 (B) 158公分 (C) 157公分 (D) 156公分。

17. 如圖，長方形  $ABCD$ ， $\overline{CD} = 9$ ， $\overline{BD} = 15$ ， $\angle AEB = \angle AFE = 90^\circ$ ，求  $\overline{EF}$  長度 = ?

- (A)  $\frac{36}{5}$  (B)  $\frac{48}{5}$  (C)  $\frac{108}{25}$  (D)  $\frac{144}{25}$ 。



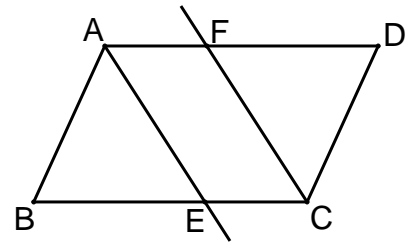
18. 一元二次方程式  $x^2 - 55x + k = 0$  二根為正數，且均為質數，則  $k$  有幾種可能值？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。

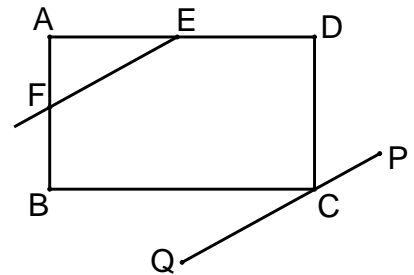
19. 有一個二位數，其二個數字都不為0，將它的兩個數字對調所得的數比原數小36。請問原數的二個數字「和」可以為多少？  
 (A) 4 (B) 5 (C) 12 (D) 15。

20. 有一等差數列 $\{a_n\}$ ， $a_1+a_2+a_3=37$ ， $a_4+a_5+a_6=89$ ，請問 $a_{10}+a_{11}+a_{12}=?$   
 (A) 52 (B) 126 (C) 141 (D) 193。

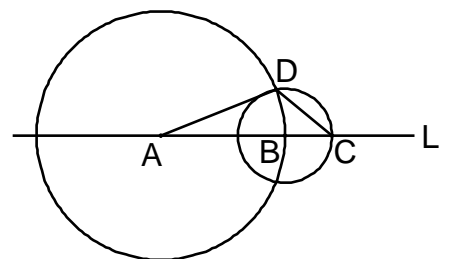
21. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle B=60^\circ$ ， $\overline{AB}=8$ ， $\overline{AD}=12$ ， $\angle BAD$ 、 $\angle BCD$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AD}$ 於 $E$ 、 $F$ 兩點，則四邊形 $AECF$ 的面積為何？  
 (A)  $48\sqrt{3}$  (B)  $24\sqrt{3}$  (C)  $16\sqrt{3}$  (D)  $8\sqrt{3}$ 。



22. 如圖， $ABCD$ 是一個長方形，沿 $\overline{EF}$ 切掉一角，過 $C$ 點作一直線 $PQ$ ，使 $\overline{PQ} \parallel \overline{EF}$ ，若 $\angle BCQ=35^\circ$ ，試求 $\angle BFE$ 的度數。  
 (A)  $125^\circ$  (B)  $135^\circ$  (C)  $145^\circ$  (D)  $155^\circ$ 。

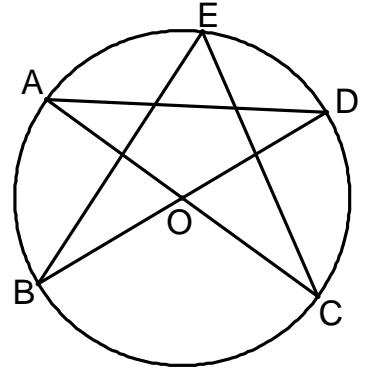


23. 如右圖， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 是直線 $L$ 上三點，分別以 $A$ 、 $B$ 為圓心， $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 為半徑作圓， $D$ 是兩圓交點。若 $\angle ADC=117^\circ$ ，則 $\angle DAC$ 的角度為何？  
 (A)  $24^\circ$  (B)  $26^\circ$  (C)  $28^\circ$  (D)  $30^\circ$ 。

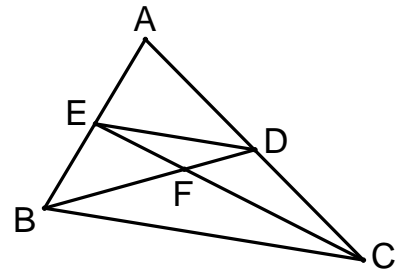


24. 如圖，五角星形的五個頂點  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  皆在圓  $O$  上，且  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  為圓  $O$  的直徑。若  $\angle E = 55^\circ$ ，求  $\angle A + \angle D$  的度數。

- (A)  $60^\circ$  (B)  $65^\circ$  (C)  $70^\circ$  (D)  $75^\circ$ 。

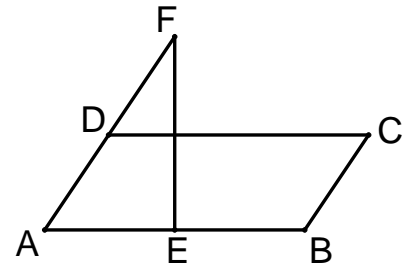


25. 如右圖， $\triangle ABC$  的兩中線  $\overline{BD}$ 、 $\overline{CE}$  相交於  $F$ ，連接  $\overline{DE}$ ；則  $\triangle ADE$  面積： $\triangle BCF$  面積 = ? (A) 1:1 (B) 2:3 (C) 3:2 (D) 3:4。



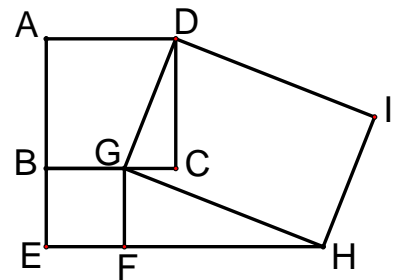
26. 如圖為平行四邊形  $ABCD$  與  $\triangle AEF$  的重疊情形，其中  $E$  是  $\overline{AB}$  的中點， $D$  在  $\overline{AF}$  上。若  $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ ， $\angle F = 30^\circ$ ， $\angle AEF = 90^\circ$ ，則平行四邊形  $ABCD$  與  $\triangle AEF$  的面積比為何？

- (A) 2:1 (B) 3:2 (C) 4:3 (D) 5:4。

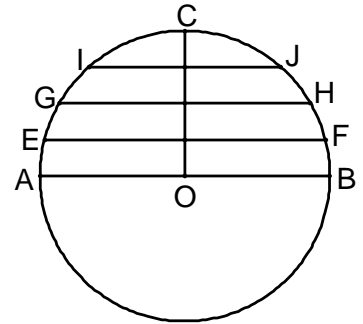


27. 附圖為兩正方形  $ABCD$ 、 $BEFG$  和矩形  $DGHI$  的位置圖，其中  $G$ 、 $F$  兩點分別在  $\overline{BC}$ 、 $\overline{EH}$  上。若  $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BE} = 4$ ，則  $\triangle FGH$  的面積為何？

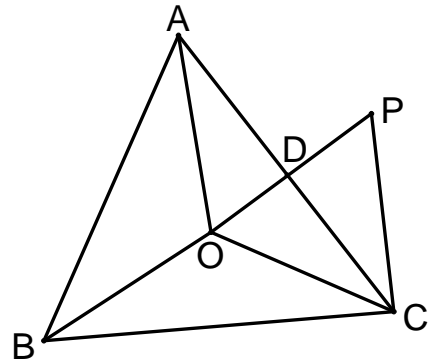
- (A) 20 (B) 24 (C) 36 (D) 48。



28. 如圖， $\overline{AB}$  為圓  $O$  的直徑，且  $\overline{OC} \perp \overline{AB}$ ，過  $\overline{OC}$  上的三個等分點作出三條與  $\overline{AB}$  平行的弦，其中  $\overline{EF} = a$ 、 $\overline{GH} = b$ 、 $\overline{IJ} = c$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三者之間下列敘述何者正確？  
 (A)  $a+c=2b$  (B)  $a+c>2b$  (C)  $a+c<2b$  (D) 無法確定。



29. 如圖， $O$  是  $\triangle ABC$  的外心， $\triangle OCP$  是正三角形， $\overline{OP}$  與  $\overline{AC}$  相交於  $D$  點，連接  $\overline{OA}$ 。若  $\angle ABC = 55^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，則  $\angle ADP$  的度數？  
 (A)  $70^\circ$  (B)  $75^\circ$  (C)  $80^\circ$  (D)  $85^\circ$ 。

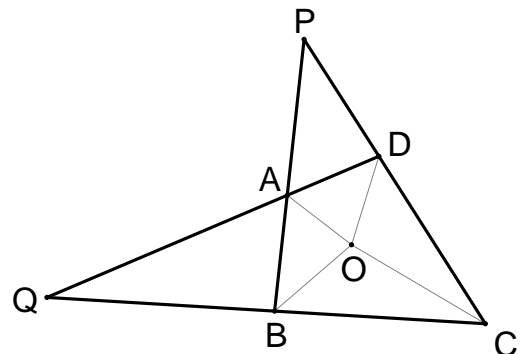


30. 右圖四邊形  $ABCD$  中，其四內角平分線恰相交於一點  $O$ ，延長  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  相交於一點  $P$ ，延長  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$  相交於一點  $Q$ ，下列甲、乙兩敘述，何者正確？

甲敘述： $O$  為  $\triangle PBC$  的內心

乙敘述： $O$  為  $\triangle QCD$  的內心

- (A) 甲、乙都正確 (B) 甲正確，乙錯誤  
 (C) 甲錯誤，乙正確 (D) 甲、乙都錯誤



試題結束