

宜蘭縣第十二屆蘭陽盃數學大賽活動

數學金頭腦 A 組初試題本

試場編號： 03

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！

※請先確認你的答案卡、准考證與座位號碼是否一致無誤。

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第十二屆蘭陽盃數學大賽的數學金頭腦A組初試題本。題本採單面印刷，共有 30 題選擇題，合計六頁。測驗時間共 35 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

1. 所有試題均為四選一的選擇題，答錯不倒扣。
2. 第1題～第20題每題3分，第21題～第30題每題4分，總分100分。
3. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
4. 可利用試題本中空白部分計算，切勿在答案卡上計算。
5. 請核對答案卡上印製試場編號、座號、姓名、分組等資料。
5. 不可故意污損答案卡或試題本，否則不予計分。

作答方式：

請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 **2B** 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。例如答案為 **B**，則將 **Ⓑ** 選項塗黑、塗滿，即：**Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ**

以下為錯誤的畫記方式，可能導致電腦無法正確判讀。如：

- Ⓐ **Ⓑ** Ⓒ Ⓓ — 未將選項塗滿
- Ⓐ **Ⓑ** Ⓒ Ⓓ — 未將選項塗黑
- Ⓐ ● **Ⓒ** Ⓓ — 未擦拭乾淨
- Ⓐ ● **Ⓒ** Ⓓ — 塗出選項外
- Ⓐ ● ● **Ⓒ** Ⓓ — 同時塗兩個選項

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

1. 計算 $(\frac{1}{2}-3)\times\frac{4}{5}+\frac{5}{6}\div(\frac{3}{4}-\frac{2}{3})=?$

- (A) -12 (B) -8 (C) 12 (D) 8。

2. 1.245×10^{-4} 小數點後第五位數為 a ， 9.876×10^8 為 b 位數字，則 a^b 為多少？

- (A) 1 (B) 256 (C) 512 (D) 1024。

3. $\underbrace{99999999999}_{11\text{個}9}\times\underbrace{99999999999}_{11\text{個}9}+\underbrace{199999999999}_{11\text{個}9}=10^\Delta$ ，則 $\Delta=?$

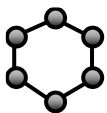
- (A) 20 (B) 22 (C) 23 (D) 100。

4. Bert在生日時收到一個長方體禮盒，裡面全裝滿了糖果，共100顆，幾星期後，Carrie收到一個更大的長方體禮盒，這個禮盒的長、寬、高均為Bert的禮盒長、寬、高的兩倍，若Carrie的禮盒裝滿了相同的糖果，則可裝糖果的顆數大約為多少？ (A) 400顆 (B) 600顆 (C) 800顆 (D) 1000顆。

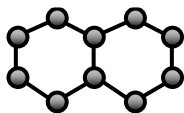
5. 若 $|a-2|+|b-3|=0$ ，則 $ax+by=4$ 的圖形不通過第幾象限？

- (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四。

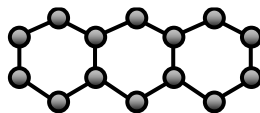
6. 下列各圖由牙籤與小球球組合而成，且依照一定規則排序，請問圖十和圖四相差幾顆小球球？



圖一



圖二



圖三

.....

- (A) 24 (B) 28 (C) 36 (D) 42。

7. 已知多項式 $4x^3+12x^2+ax+b$ 能被 $4x^2-5$ 整除，則 $a+b = ?$

(A) -20 (B) 20 (C) -10 (D) 10 。

8. 計算 $(12+\frac{12}{13})^2-169\frac{1}{169}$ 之值為何？

(A) 0 (B) 2 (C) -2 (D) $1\frac{167}{169}$ 。

9. 二元一次方程式 $(a^2-3a+2)x+(a^2-5a+6)y=2019$ 畫出來的圖形為一垂直 x 軸的直線，則 $a = ?$

(A) 1 或 2 (B) 2 或 3 (C) 1 (D) 3 。

10. 若 $ax-b < cx+d$ 的解為 $x > -5$ ，則 $cx-d > ax+b$ 的解為何？

(A) $x > 5$ (B) $x < 5$ (C) $x > -5$ (D) $x < -5$ 。

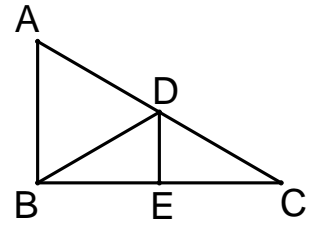
11. 判斷下列各式的值，何者最大？

(A) $\sqrt{9 \times 31^2 - 33^2}$ (B) $\sqrt{16 \times 21^2 - 24^2}$ (C) $\sqrt{25 \times 17^2 - 25^2}$ (D) $\sqrt{36 \times 13^2 - 18^2}$ 。

12. 已知 a 、 b 均為正整數，且 $2\sqrt{a}+3\sqrt{b}=7$ ，則 $a+b = ?$

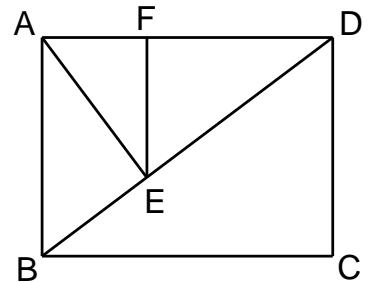
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 。

13. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AC} 、 \overline{BC} 上， \overline{DE} 為 \overline{BC} 的中垂線， \overline{DB} 為 $\angle ADE$ 的角平分線。若 $\angle A = 59^\circ$ ，則 $\angle ABD$ 的度數為何？
 (A) 58° (B) 59° (C) 61° (D) 62° 。



14. 假設九年一班全班共有18位學生，這18位學生的平均身高為161公分，已知男生有8人，且男生平均身高比女生平均身高多9公分，則女生的平均身高為幾公分？
 (A) 159公分 (B) 158公分 (C) 157公分 (D) 156公分。

15. 如圖，長方形 $ABCD$ ， $\overline{CD} = 9$ ， $\overline{BD} = 15$ ， $\angle AEB = \angle AFE = 90^\circ$ ，求 \overline{EF} 長度 = ?
 (A) $\frac{36}{5}$ (B) $\frac{48}{5}$ (C) $\frac{108}{25}$ (D) $\frac{144}{25}$ 。



16. 一元二次方程式 $x^2 - 55x + k = 0$ 二根為正數，且均為質數，則 k 有幾種可能值？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。

17. 有一個二位數，其二個數字都不為0，將它的兩個數字對調所得的數比原數小36。請問原數的二個數字「和」可以為多少？
 (A) 4 (B) 5 (C) 12 (D) 15。

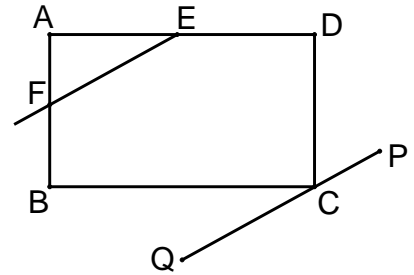
18. 四點 $A(-2, 4)$ 、 $B(-4, -7)$ 、 $C(a, -5)$ 、 $D(4, b)$ ，且四邊形 $ABCD$ 為一平行四邊形，則 $a + b = ?$ (A) -12 (B) -8 (C) 8 (D) 12 。

19. 有一等差數列 $\{a_n\}$ ， $a_1 + a_2 + a_3 = 37$ ， $a_4 + a_5 + a_6 = 89$ ，請問 $a_{10} + a_{11} + a_{12} = ?$

- (A) 52 (B) 126 (C) 141 (D) 193。

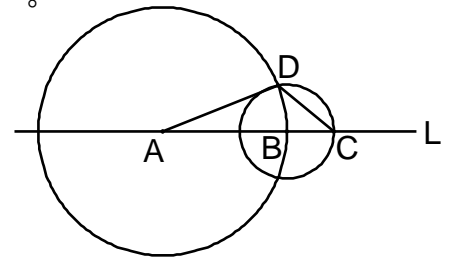
20. 如圖， $ABCD$ 是一個長方形，沿 \overline{EF} 切掉一角，過 C 點作一直線 PQ ，使 $\overline{PQ} \parallel \overline{EF}$ ，若 $\angle BCQ = 35^\circ$ ，試求 $\angle BFE$ 的度數。

- (A) 125° (B) 135° (C) 145° (D) 155° 。



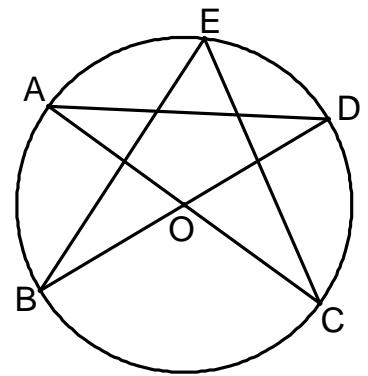
21. 如右圖， A 、 B 、 C 是直線 L 上三點，分別以 A 、 B 為圓心， \overline{AB} 、 \overline{BC} 為半徑作圓， D 是兩圓交點。若 $\angle ADC = 117^\circ$ ，則 $\angle DAC$ 的角度為何？

- (A) 24° (B) 26° (C) 28° (D) 30° 。

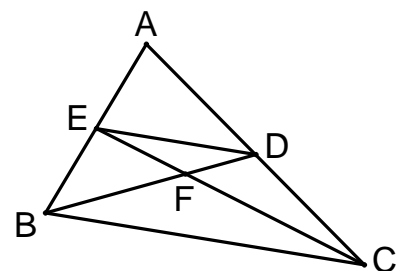


22. 如圖，五角星形的五個頂點 A 、 B 、 C 、 D 、 E 皆在圓 O 上，且 \overline{AC} 、 \overline{BD} 為圓 O 的直徑。若 $\angle E = 55^\circ$ ，求 $\angle A + \angle D$ 的度數。

- (A) 60° (B) 65° (C) 70° (D) 75° 。

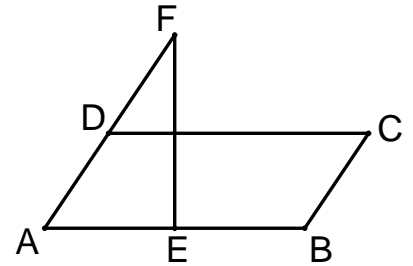


23. 如右圖， $\triangle ABC$ 的兩中線 \overline{BD} 、 \overline{CE} 相交於 F ，連接 \overline{DE} ；則 $\triangle ADE$ 面積： $\triangle BCF$ 面積 = ? (A) 1:1 (B) 2:3 (C) 3:2 (D) 3:4。



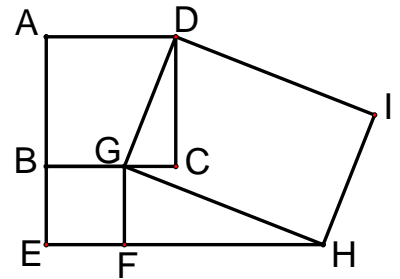
24. 如圖為平行四邊形 $ABCD$ 與 $\triangle AEF$ 的重疊情形，其中 E 是 \overline{AB} 的中點， D 在 \overline{AF} 上。
若 $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ ， $\angle F = 30^\circ$ ， $\angle AEF = 90^\circ$ ，則平行四邊形 $ABCD$ 與 $\triangle AEF$ 的面積比為何？

(A) 2:1 (B) 3:2 (C) 4:3 (D) 5:4。



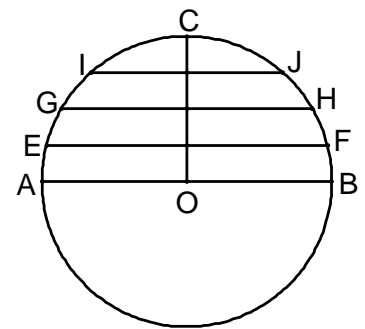
25. 附圖為兩正方形 $ABCD$ 、 $BEFG$ 和矩形 $DGHI$ 的位置圖，其中 G 、 F 兩點分別在 \overline{BC} 、 \overline{EH} 上。若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BE} = 4$ ，則 $\triangle FGH$ 的面積為何？

(A) 20 (B) 24 (C) 36 (D) 48。



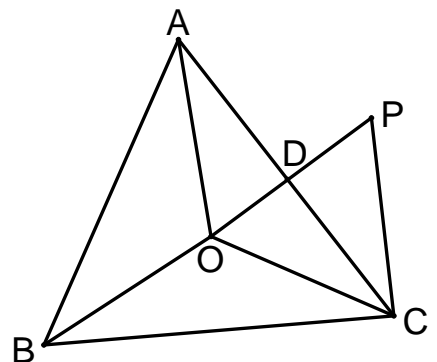
26. 如圖， \overline{AB} 為圓 O 的直徑，且 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$ ，過 \overline{OC} 上的三個等分點作出三條與 \overline{AB} 平行的弦，其中 $\overline{EF} = a$ 、 $\overline{GH} = b$ 、 $\overline{IJ} = c$ ，則 a 、 b 、 c 三者之間下列敘述何者正確？

(A) $a+c=2b$ (B) $a+c>2b$ (C) $a+c<2b$ (D) 無法確定。



27. 如圖， O 是 $\triangle ABC$ 的外心， $\triangle OCP$ 是正三角形， \overline{OP} 與 \overline{AC} 相交於 D 點，連接 \overline{OA} 。若 $\angle ABC = 55^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，則 $\angle ADP$ 的度數？

(A) 70° (B) 75° (C) 80° (D) 85° 。



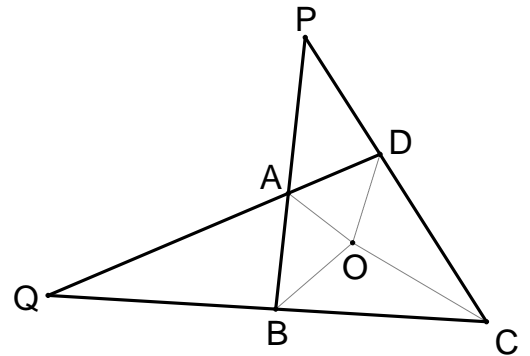
28. 右圖四邊形 $ABCD$ 中，其四內角平分線恰相交於一點 O ，延長 \overline{AB} 、 \overline{CD} 相交於一點 P ，延長 \overline{AD} 、 \overline{BC} 相交於一點 Q ，下列甲、乙兩敘述，何者正確？

甲敘述： O 為 $\triangle PBC$ 的內心

乙敘述： O 為 $\triangle QCD$ 的內心

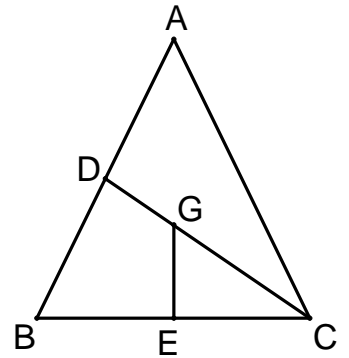
(A) 甲、乙都正確 (B) 甲正確，乙錯誤

(C) 甲錯誤，乙正確 (D) 甲、乙都錯誤



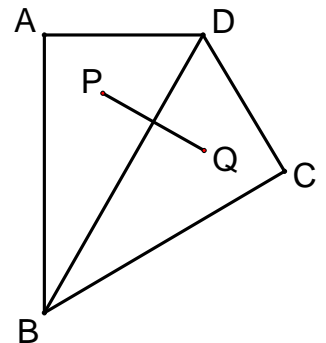
29. 如圖，等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， D 、 E 分別為 \overline{AB} 與 \overline{BC} 的中點， G 為 $\triangle ABC$ 重心。
若 $\overline{BE} = 3$ ， $\overline{CD} = 6$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為？

(A) $27\sqrt{3}$ (B) $18\sqrt{5}$ (C) $9\sqrt{7}$ (D) 18。



30. 如圖，箏形 $ABCD$ 中， P 、 Q 兩點分別為 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADC$ 的內心。若 $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{CD} = 3$ ，則 \overline{PQ} 的長度為何？

(A) 1 (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$ 。



試題結束