

宜蘭縣第十五屆蘭陽盃數學大賽活動

數學金頭腦 B 組初試題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！

※請先確認你的答案卷、准考證與座位號碼是否一致無誤。

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第十五屆蘭陽盃數學大賽的數學金頭腦初試題本題本採單面印刷，共有 30 題選擇題，合計 8 頁。測驗時間共 35 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

1. 所有試題均為四選一的選擇題，答錯不倒扣。
2. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
3. 可利用試題本中空白部分計算，切勿在答案卡上計算。
4. 請核對答案卡上印製試場編號、座號、姓名、分組等資料。
5. 不可故意污損答案卡或試題本，否則不予計分。

作答方式：

請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 **2B** 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。例如答案為 **B**，則將 ② 選項塗黑、塗滿，即：① ● ③ ④

以下為錯誤的畫記方式，可能導致電腦無法正確判讀。如：

- ① ② ③ ④ — 未將選項塗滿
- ① ② ③ ④ — 未將選項塗黑
- ① ● ③ ④ — 未擦拭乾淨
- ① ● ③ ④ — 塗出選項外
- ① ● ● ④ — 同時塗兩個選項

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

1.

小玉和阿美兩家約好放假一起帶孩子去逛動物園，小玉家有 7 人、阿美家有 5 人，門票價格如右，若小玉家的總票價比阿美家多 30 元，則小玉家的半票比阿美家的半票多幾張？

票價	
全票	60 元／張
半票	30 元／張

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2.

計算 $(2-\frac{1}{2}) \times (3-\frac{1}{3}) \times (4-\frac{1}{4}) \times (5-\frac{1}{5}) \times (6-\frac{1}{6}) \times (7-\frac{1}{7}) \times \frac{1}{8}$ 之值為下列哪一個選項？

- (A) $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$ (B) $3 \times 4 \times 5 \times 6$ (C) $3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$ (D) $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$

3.

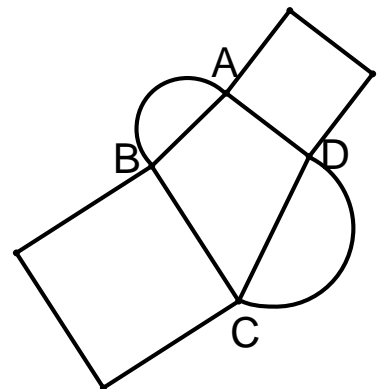
若 x 是一整數，且 $4(x-3)^2 - 24(x-3) + 11$ 是一質數，則此質數為何？

- (A) 7 (B) 11 (C) 13 (D) 17

4.

如圖，四邊形 $ABCD$ 為箏形，並分別以 \overline{AB} 、 \overline{CD} 為直徑作半圓，以 \overline{BC} 、 \overline{AD} 為邊作正方形。若已知兩半圓面積和為 43π ，問兩正方形面積和為多少？

- (A) 172π (B) 172 (C) 344π (D) 344



5.

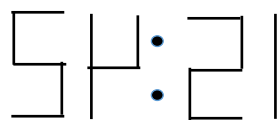
某次數學測驗，共 25 題選擇題，評分辦法是：答對一題給 4 分，答錯一題倒扣 1.5 分，不答不給分。某生有 4 題未作答，若該生成績要在 60 分以上(含 60 分)，那麼該生至少要答對幾題？

- (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 題。

6.

今天是阿笠博士 55 歲的生日，小哀特地邀請柯南，小蘭和少年偵探團共 6 人，一起到家裡來慶生，一群人進電梯後，直達阿笠博士家，在電梯中，柯南從鏡子裡看到現在的時間（如右下圖所示）說：啊～我們已經遲到十分鐘了！請問小哀和他們約何時要到阿笠博士家慶生？

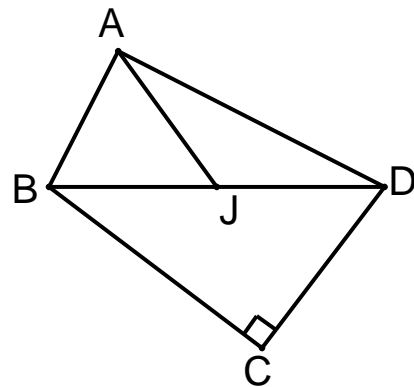
- (A) 15:42 (B) 12:35 (C) 15:35 (D) 15:32



7.

如右圖，已知四邊形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = \angle C = 90^\circ$ ， J 是 \overline{BD} 的中點，若 $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CD} = 4$ ， $\overline{AD} = 12$ ，則 $\overline{AJ} = ?$

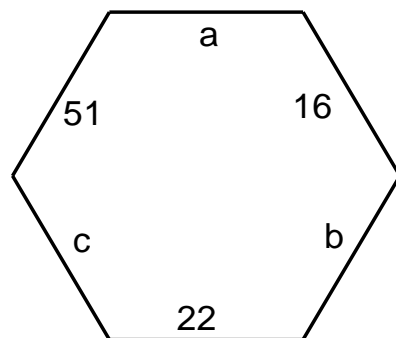
- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $2\sqrt{7}$ (C) $2\sqrt{10}$ (D) $2\sqrt{13}$



8.

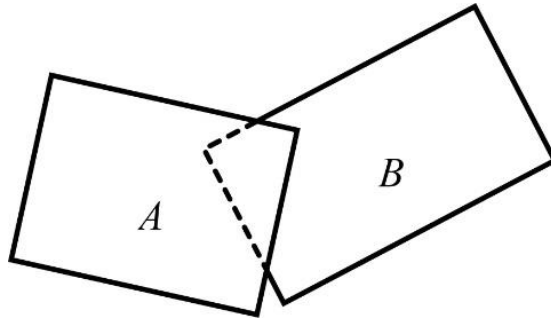
宜古在一次考古活動中，發現了一個密碼鎖，如右圖。每個邊上都刻了一個數字，且三組兩兩相對面的數字和都相等，亦即 $a+22=b+51=c+16$ 。若 22、51、16 的對面所寫的都是相異質數。則 $a+b-c = ?$

- (A) 11 (B) 4 (C) -4 (D) -11



9.

「有品書局」內有一區為畫冊閱讀區，有 A 、 B 兩本書面皆為長方形的魔法畫冊，從書架掉落至桌面上，如下圖所示。



魔法畫冊 A 對 B 說：「我有 $\frac{6}{25}$ 的面積在你的書面上」

魔法畫冊 B 對 A 說：「我有 $\frac{4}{15}$ 的面積在你的書面下」

則 A 、 B 兩本魔法畫冊的書面面積比為何？

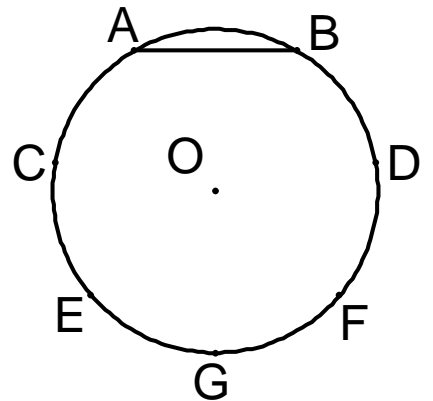
- (A) 3 : 2 (B) 5 : 3 (C) 9 : 10 (D) 10 : 9 。

10.

如圖，若 \overline{AB} 的長度與圓的半徑相等，且 C 、 D 、 E 、 F 、

G 將 AGB 六等分，則下列何者正確？

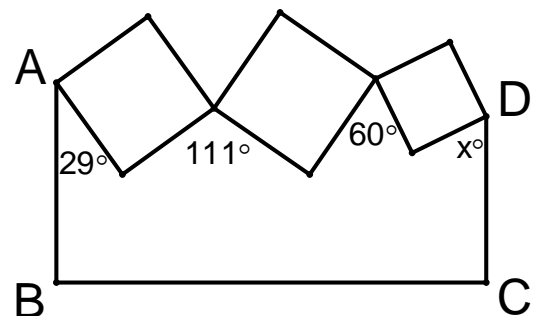
- (A) $\overline{AE} = \overline{AD}$ (B) $\overline{BF} < \overline{BC}$
(C) $\overline{AB} = \overline{FG}$ (D) $\overline{BE} < \overline{BG}$



11.

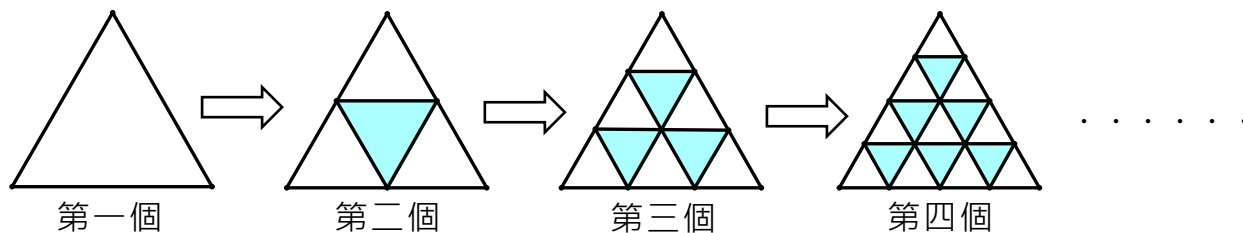
如右圖，三個正方形以頂點相連接，且 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ 、 $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ，則 $x = ?$

- (A) 75 (B) 70 (C) 65 (D) 60 。



12.

如下圖，若三角形的模式依此規則持續變化下去(皆被分成數個全等小三角形)，則第 12 個三角形，其灰色部分面積占整個三角形面積的幾分之幾？



- (A) $\frac{19}{44}$ (B) $\frac{11}{24}$ (C) $\frac{23}{48}$ (D) $\frac{9}{22}$ 。

13.

已知 x 為一個七位數，今將 $\frac{x}{10^9}$ 以科學記號寫成 $a \times 10^b$ 的形式時，則下列對 a 和 b 的描述哪一個正確？

- (A) $a = \frac{x}{10^6}$ (B) $a = \frac{x}{10^8}$ (C) $b = -6$ (D) $b = -2$

14.

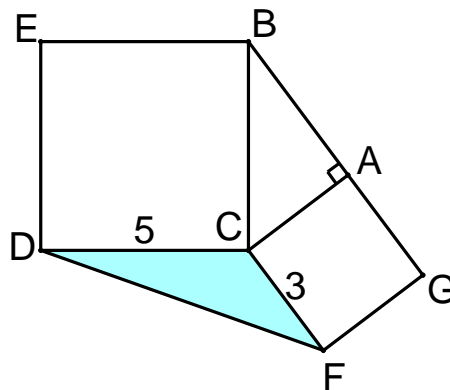
已知 $x + y + z = 0$ ， $xyz \neq 0$ ，求 $x(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}) + y(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}) + z(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) = ?$

- (A) -3 (B) -1 (C) 0 (D) 1

15.

如右圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ ，四邊形 $BCDE$ 與四邊形 $ACFG$ 均為正方形。其中 $\overline{CF} = 3$ 與 $\overline{CD} = 5$ 。則 $\triangle CDF$ 面積為？

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 9



16.

設 a 、 b 、 c 、 d 四數滿足 $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c}$ ，且 $a+b+c=4(b+c+d)$ ，則 $\frac{a}{d} = ?$

- (A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 64

17.

若 x 、 y 為兩相異負數，試比較 $2x^2 - xy - 4y^2$ 和 $6x^2 - 7xy + 3y^2$ 的大小為下列何者？

- (A) $2x^2 - xy - 4y^2 > 6x^2 - 7xy + 3y^2$
(B) $2x^2 - xy - 4y^2 < 6x^2 - 7xy + 3y^2$
(C) $2x^2 - xy - 4y^2 = 6x^2 - 7xy + 3y^2$

18.

已知 $(2022-a)(2024-a)=1000$ ，求 $(2022-a)^2 + (2024-a)^2$ 的值？

- (A) 1996 (B) 2000 (C) 2002 (D) 2004

19.

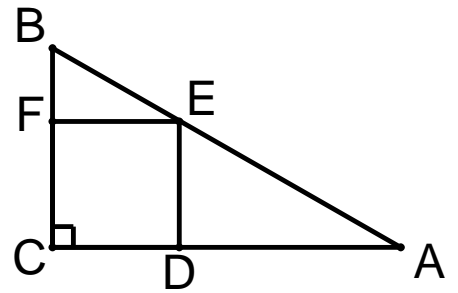
A 、 B 、 C 三個桶子內原來各裝有若干個糖果。從 A 桶取出原有數量的一半，平均裝入 B 、 C 兩桶；然後再從 B 桶取出現有數量的一半，平均裝入 A 、 C 兩桶；最後再從 C 桶取出現有數量的一半，平均裝入 A 、 B 兩桶；結果 A 、 B 、 C 三個桶子內的糖果數量相同。請問，原來 A 、 B 、 C 三個桶子內糖果數量比為何？

- (A) 1:1:2 (B) 2:4:9 (C) 4:7:13 (D) 5:8:11

20.

如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ， E 、 F 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{BC} 上。若四邊形 $CDEF$ 是正方形且 $\overline{AC}=12$ ，則 $\overline{DE}=?$

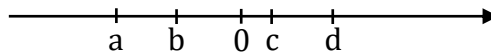
- (A) $6+\sqrt{3}$ (B) $6-\sqrt{3}$ (C) $6\sqrt{3}-1$ (D) $6\sqrt{3}-6$



21.

數線上 a 、 b 、 c 、 d 的關係如右下圖，今有一個一次函數，已知 $x=a$ 的函數值與 $x=b$ 的函數值的乘積 <0 ，且 $x=d$ 的函數值 <0 ，則下列敘述何者正確？

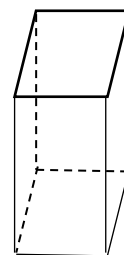
- (A) $x=0$ 的函數值 $=0$
 (B) $x=c$ 的函數值 >0
 (C) $x=b$ 的函數值 >0
 (D) $x=c$ 的函數值與 $x=d$ 的函數值的乘積 >0



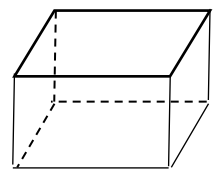
22.

有正方形和長方形兩種紙板，正方形紙板總數與長方形紙板總數之比為 $3:5$ 。這些紙板可拼成直式和橫式兩種無蓋紙盒，且剛好全部用完；其中直式盒由一塊正方形紙板做底面，四塊長方形紙板做側面（如左圖）；橫式盒由一塊長方形紙板做底面，兩塊長方形和兩塊正方形紙板做側面（如右圖），那麼做成的直式與橫式紙盒的個數比為多少？

- (A) $3:4$ (B) $4:3$ (C) $1:7$ (D) $7:1$



左圖



右圖

23.

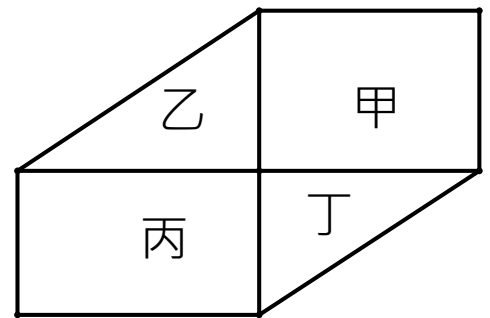
已知歡歡打字的速度每分鐘最慢 96 個字，最快 120 個字。若歡歡必須以打字完成一份 18 頁 A4 大小的書面報告，每頁皆為 1200 個字，且每打完 6 頁皆會休息，但休息時間不超過 6 分鐘，則打完這份報告需花的時間在哪一個範圍？

- (A) 未滿 150 分鐘 (B) 150 分鐘(含)以上但未滿 180 分鐘
(C) 180 分鐘(含)以上但未滿 240 分鐘 (D) 240 分鐘(含)以上

24.

如右圖，甲與丙為長方形，面積分別為 24 和 30，乙為直角三角形面積為 18，求丁的面積為何？

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 。



25.

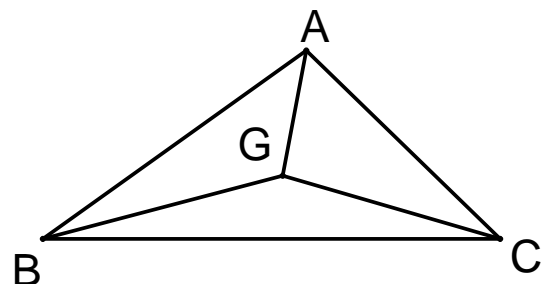
已知志銘每天上學所走的路線皆固定。已知志銘上學時，如果全程都用步行，需要 1 小時才能到校；如果全程都騎自行車，則需要 20 分鐘才能到校。若段考當天，志銘騎自行車上學途中車子爆胎，後面改為走路上學，總共花了 30 分鐘才到校，則當天志銘騎自行車花了幾分鐘？

- (A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18

26.

G 為 $\triangle ABC$ 的重心，已知 $\angle AGB = 120^\circ$ 、 $\angle BGC = 150^\circ$ 、 $\overline{AG} = 8$ ，則 $\triangle ABC$ 面積 = ？

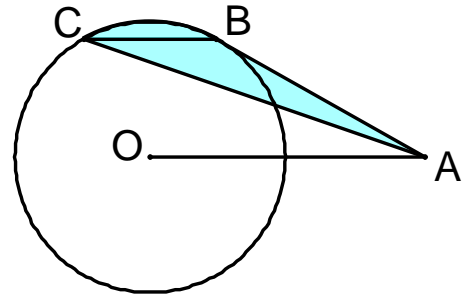
- (A) $108\sqrt{3}$ (B) $96\sqrt{3}$ (C) $96\sqrt{2}$ (D) $108\sqrt{2}$



27.

求右圖，圓 O 的半徑為 5，且 \overline{AB} 為圓 O 的切線，
 $\overline{BC} \parallel \overline{OA}$ ， $\overline{OA} = 10$ 。則灰色區域的面積為何？

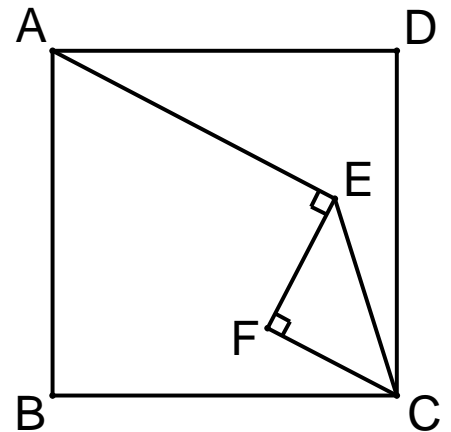
- (A) $\frac{10}{3}\pi$ (B) $\frac{20}{3}\pi$ (C) $\frac{25}{6}\pi$ (D) $\frac{25}{3}\pi$



28.

求右圖， $ABCD$ 為正方形， $\triangle CEF$ 為等腰直角三角形，
 其中 $\angle AEF = 90^\circ$ 、 $\overline{BE} = 16$ ， $\overline{EF} = 7$ 。則正方形 $ABCD$ 的
 面積為何？

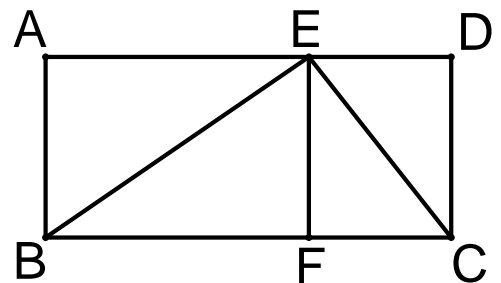
- (A) 272 (B) 289 (C) 304.5 (D) 334



29.

如右圖，四邊形 $ABCD$ 、 $EFCD$ 、 $ABFE$ 皆為長方形且
 $\overline{EF} = \overline{AE} - \overline{ED}$ 。若 $\overline{BE} = 4\sqrt{15}$ ， $\overline{EC} = 3\sqrt{7}$ ，則四邊形
 $ABCD$ 的面積為多少？

- (A) 177 (B) 221 (C) $12\sqrt{105}$ (D) $18\sqrt{105}$



30.

N 為大於 2 的正整數， N 滿足下列條件：

N 是 2 的倍數、 $(N+1)$ 是 3 的倍數、 $(N+2)$ 是 4 的倍數、……、 $(N+8)$ 是 10 的倍數。

求符合條件的最小整數 N 是多少？

- (A) 62 (B) 362 (C) 1502 (D) 2522

試題結束