

宜蘭縣第十五屆蘭陽盃數學大賽活動

數學金頭腦 A 組初試題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！

※請先確認你的答案卷、准考證與座位號碼是否一致無誤。

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第十五屆蘭陽盃數學大賽的數學金頭腦初試題本題本採單面印刷，共有 30 題選擇題，合計 8 頁。測驗時間共 35 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

1. 所有試題均為四選一的選擇題，答錯不倒扣。
2. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
3. 可利用試題本中空白部分計算，切勿在答案卡上計算。
4. 請核對答案卡上印製試場編號、座號、姓名、分組等資料。
5. 不可故意污損答案卡或試題本，否則不予計分。

作答方式：

請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 **2B** 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。例如答案為 **B**，則將 ② 選項塗黑、塗滿，即：① ● ③ ④

以下為錯誤的畫記方式，可能導致電腦無法正確判讀。如：

- ① ② ③ ④ — 未將選項塗滿
- ① ② ③ ④ — 未將選項塗黑
- ① ● ③ ④ — 未擦拭乾淨
- ① ● ③ ④ — 塗出選項外
- ① ● ● ④ — 同時塗兩個選項

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

1.

若 $甲 \times 576 = 2080$ ，則 $(5 - 甲) \times 576 - 甲 \times 57.6 = ?$

- (A) 592 (B) 800 (C) 4752 (D) 4960

2.

小玉和阿美兩家約好放假一起帶孩子去逛動物園，小玉家有 7 人、阿美家有 5 人，門票價格如右，若小玉家的總票價比阿美家多 30 元，則小玉家的半票比阿美家的半票多幾張？

票價	
全票	60 元／張
半票	30 元／張

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3.

計算 $(2 - \frac{1}{2}) \times (3 - \frac{1}{3}) \times (4 - \frac{1}{4}) \times (5 - \frac{1}{5}) \times (6 - \frac{1}{6}) \times (7 - \frac{1}{7}) \times \frac{1}{8}$ 之值為下列哪一個選項？

- (A) $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$ (B) $3 \times 4 \times 5 \times 6$ (C) $3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$ (D) $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$

4.

童軍團分兩小隊在樹林裡進行活動，其中一小隊的人數為總人數 $\frac{1}{8}$ 的平方，另一小隊有 12 人，關於此童軍團下列敘述何者正確？

- (A) 總人數可能是 64 人 (B) 總人數可能是 48 人
(C) 總人數可能是 256 人 (D) 總人數可能是 192 人

5.

自 12~18 的整數中，任意挑選三數，若此三數的乘積為 2496，則此三數中不可能有下列哪一個數？

- (A) 12 (B) 13 (C) 16 (D) 18

6.

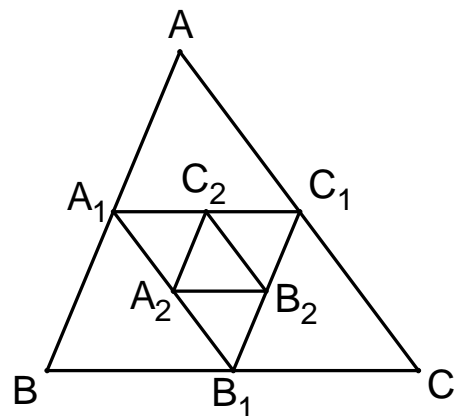
已知 y 是 x 的函數，在直角坐標平面上，已知此函數圖形有通過 $(3, -4)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(7, 2)$ 、 $(-5, 3)$ 、 $(0, -6)$ ，則此函數圖形不可能又通過下列哪一個坐標點？

- (A) $(-3, -4)$ (B) $(0, 4)$ (C) $(-7, 2)$ (D) $(5, -3)$

7.

已知右圖 $\triangle ABC$ 為邊長 48 的正三角形， A_1 、 B_1 、 C_1 分別為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的中點，再由 $\overline{A_1B_1}$ 、 $\overline{B_1C_1}$ 、 $\overline{A_1C_1}$ 三邊各取中點 A_2 、 B_2 、 C_2 ，依此步驟直到第 6 次，則

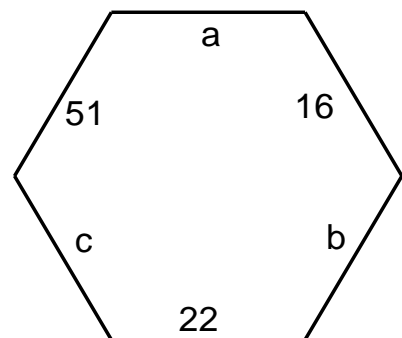
$\triangle A_6B_6C_6$ 的面積為多少平方單位？



- (A) $\frac{9}{128}\sqrt{3}$ (B) $\frac{9}{64}\sqrt{3}$ (C) $\frac{9}{32}\sqrt{3}$ (D) $\frac{9}{16}\sqrt{3}$

8.

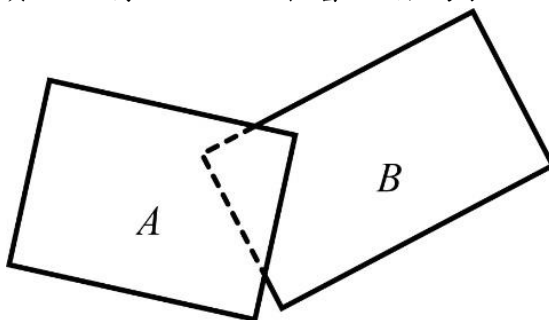
宜古在一次考古活動中，發現了一個密碼鎖，如右圖。每個邊上都刻了一個數字，且三組兩兩相對面的數字和都相等，亦即 $a+22=b+51=c+16$ 。若 22、51、16 的對面所寫的都是相異質數。則 $a+b-c=$ ？



- (A) 11 (B) 4 (C) -4 (D) -11

9.

「有品書局」內有一區為畫冊閱讀區，有 A 、 B 兩本書面皆為長方形的魔法畫冊，從書架掉落至桌面上，如下圖所示。



魔法畫冊 A 對 B 說：「我有 $\frac{6}{25}$ 的面積在你的書面上」

魔法畫冊 B 對 A 說：「我有 $\frac{4}{15}$ 的面積在你的書面下」

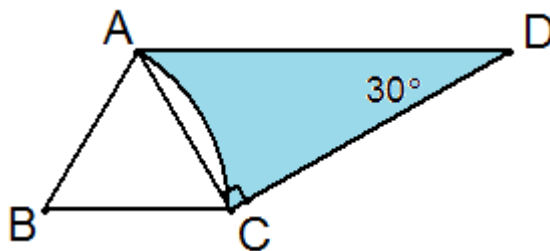
則 A 、 B 兩本魔法畫冊的書面面積比為何？

- (A) 3 : 2 (B) 5 : 3 (C) 9 : 10 (D) 10 : 9 。

10.

如右圖， $\triangle ABC$ 為正三角形， ABC 為扇形，且 $\angle ACD = 90^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ， $\overline{BC} = 6$ ，求灰色區域的面積？

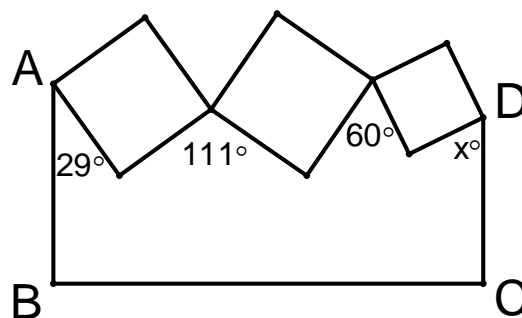
- (A) $18\sqrt{3} - 6\pi$ (B) $27\sqrt{3} - 6\pi$
(C) $18\sqrt{3} - 3\pi$ (D) $27\sqrt{3} - 3\pi$ 。



11.

如右圖，三個正方形以頂點相連接，且 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ 、 $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ，則 $x = ?$

- (A) 75 (B) 70 (C) 65 (D) 60 。



12.

設 $2x^2 - x = 3$ ，則 $-4x^3 + 2x^2 + 6x + 5$ 的值為何？

- (A) 6 (B) 5 (C) -5 (D) -6。

13.

已知 x 為一個七位數，今將 $\frac{x}{10^9}$ 以科學記號寫成 $a \times 10^b$ 的形式時，則下列對 a 和 b 的描述哪一個正確？

- (A) $a = \frac{x}{10^6}$ (B) $a = \frac{x}{10^8}$ (C) $b = -6$ (D) $b = -2$

14.

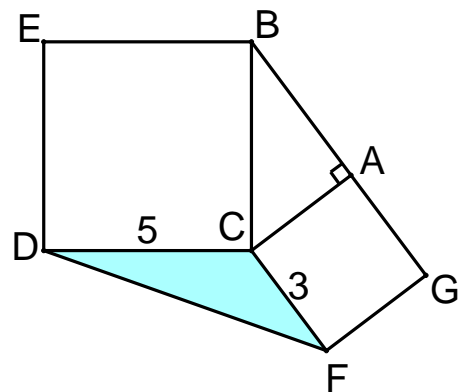
已知 $x + y + z = 0$ ， $xyz \neq 0$ ，求 $x(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}) + y(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}) + z(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) = ?$

- (A) -3 (B) -1 (C) 0 (D) 1

15.

如右圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ ，四邊形 $BCDE$ 與四邊形 $ACFG$ 均為正方形。其中 $\overline{CF} = 3$ 與 $\overline{CD} = 5$ 。則 $\triangle CDF$ 面積為？

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 9



16.

設 a 、 b 、 c 、 d 四數滿足 $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c}$ ，且 $a + b + c = 4(b + c + d)$ ，則 $\frac{a}{d} = ?$

- (A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 64

17.

若 x 、 y 為兩相異負數，試比較 $2x^2 - xy - 4y^2$ 和 $6x^2 - 7xy + 3y^2$ 的大小為下列何者？

(A) $2x^2 - xy - 4y^2 > 6x^2 - 7xy + 3y^2$

(B) $2x^2 - xy - 4y^2 < 6x^2 - 7xy + 3y^2$

(C) $2x^2 - xy - 4y^2 = 6x^2 - 7xy + 3y^2$

18.

已知 $(2022 - a)(2024 - a) = 1000$ ，求 $(2022 - a)^2 + (2024 - a)^2$ 的值？

(A) 1996 (B) 2000 (C) 2002 (D) 2004

19.

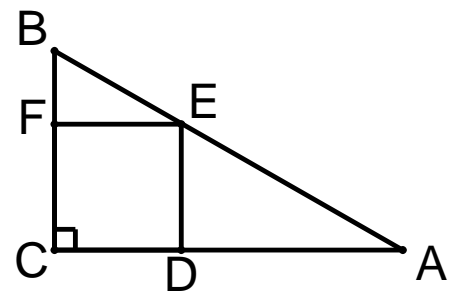
A 、 B 、 C 三個桶子內原來各裝有若干個糖果。從 A 桶取出原有數量的一半，平均裝入 B 、 C 兩桶；然後再從 B 桶取出現有數量的一半，平均裝入 A 、 C 兩桶；最後再從 C 桶取出現有數量的一半，平均裝入 A 、 B 兩桶；結果 A 、 B 、 C 三個桶子內的糖果數量相同。請問，原來 A 、 B 、 C 三個桶子內糖果數量比為何？

(A) 1:1:2 (B) 2:4:9 (C) 4:7:13 (D) 5:8:11

20.

如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， E 、 F 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{BC} 上。若四邊形 $CDEF$ 是正方形且 $\overline{AC} = 12$ ，則 $\overline{DE} = ?$

(A) $6 + \sqrt{3}$ (B) $6 - \sqrt{3}$ (C) $6\sqrt{3} - 1$ (D) $6\sqrt{3} - 6$



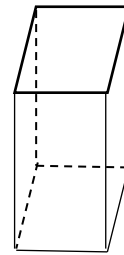
21.

設有 10 個 5 克砝碼和 10 個 3 克砝碼，想在天平上秤出 1 克的重量；若在左邊限放 5 克砝碼，右邊限放 3 克砝碼，請問有幾種不同擺放的方法，可以秤出 1 克的重量？

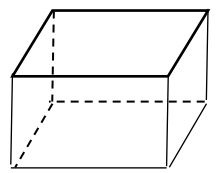
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 種。

22.

有正方形和長方形兩種紙板，正方形紙板總數與長方形紙板總數之比為 $3:5$ 。這些紙板可拼成直式和橫式兩種無蓋紙盒，且剛好全部用完；其中直式盒由一塊正方形紙板做底面，四塊長方形紙板做側面（如左圖）；橫式盒由一塊長方形紙板做底面，兩塊長方形和兩塊正方形紙板做側面（如右圖），那麼做成的直式與橫式紙盒的個數比為多少？



左圖



右圖

- (A) $3:4$ (B) $4:3$ (C) $1:7$ (D) $7:1$

23.

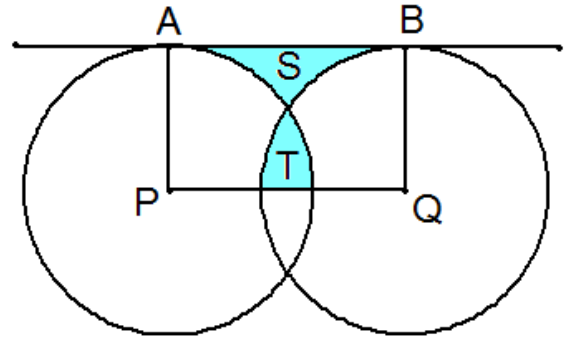
已知歡歡打字的速度每分鐘最慢 96 個字，最快 120 個字。若歡歡必須以打字完成一份 18 頁 A4 大小的書面報告，每頁皆為 1200 個字，且每打完 6 頁皆會休息，但休息時間不超過 6 分鐘，則打完這份報告需花的時間在哪一個範圍？

- (A) 未滿 150 分鐘 (B) 150 分鐘(含)以上但未滿 180 分鐘
(C) 180 分鐘(含)以上但未滿 240 分鐘 (D) 240 分鐘(含)以上

24.

如右圖，圓 P 、圓 Q 的半徑皆為 4，兩圓交於兩點，直線 AB 為公切線，且 S 區域的面積等於 T 區域的面積，則 $\overline{PQ} = ?$

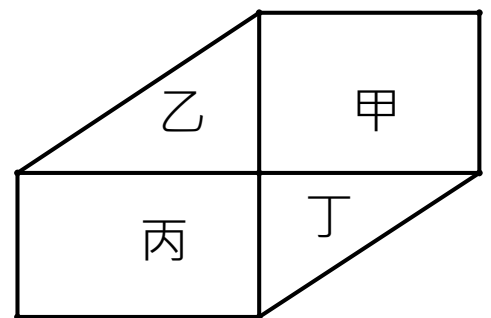
- (A) 2π (B) $\frac{9}{2}$ (C) $\frac{5}{2}\pi$ (D) $\frac{11}{2}$ 。



25.

如右圖，甲與丙為長方形，面積分別為 24 和 30，乙為直角三角形面積為 18，求丁的面積為何？

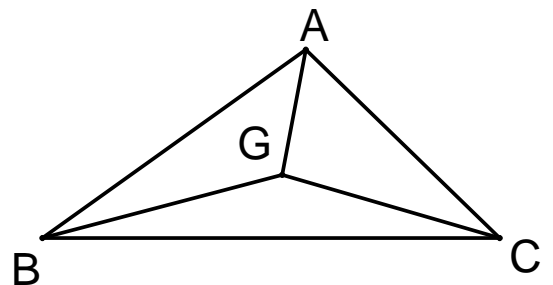
- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 。



26.

G 為 $\triangle ABC$ 的重心，已知 $\angle AGB = 120^\circ$ 、 $\angle BGC = 150^\circ$ 、 $\overline{AG} = 8$ ，則 $\triangle ABC$ 面積 = ？

- (A) $108\sqrt{3}$ (B) $96\sqrt{3}$
(C) $96\sqrt{2}$ (D) $108\sqrt{2}$



27.

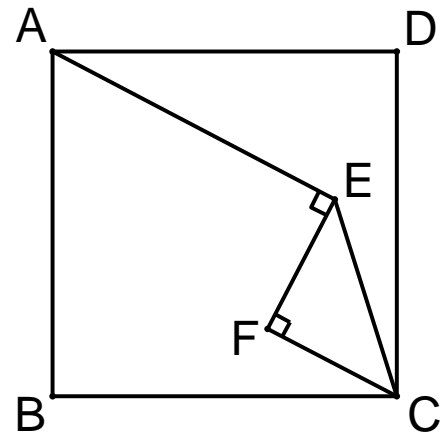
$1 + 11 + 111 + 1111 + \dots + \overbrace{111\dots 1}^{2022 \text{ 個 } 1}$ 之和的最後 4 位數為何？

- (A) 2022 (B) 3232 (C) 3032 (D) 2032

28.

求右圖， $ABCD$ 為正方形， $\triangle CEF$ 為等腰直角三角形，其中 $\angle AEF = 90^\circ$ 、 $\overline{BE} = 16$ ， $\overline{EF} = 7$ 。則正方形 $ABCD$ 的面積為何？

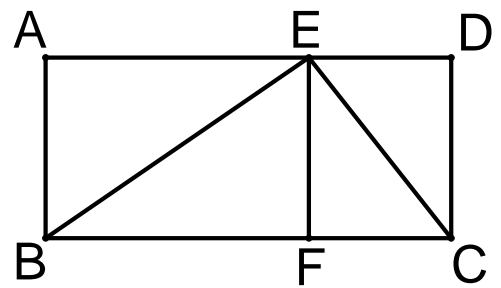
- (A) 272 (B) 289 (C) 304.5 (D) 334



29.

如右圖，四邊形 $ABCD$ 、 $EFCD$ 、 $ABFE$ 皆為長方形且 $\overline{EF} = \overline{AE} - \overline{ED}$ 。若 $\overline{BE} = 4\sqrt{15}$ ， $\overline{EC} = 3\sqrt{7}$ ，則四邊形 $ABCD$ 的面積為多少？

- (A) 177 (B) 221 (C) $12\sqrt{105}$ (D) $18\sqrt{105}$



30.

N 為大於 2 的正整數， N 滿足下列條件：

N 是 2 的倍數、 $(N+1)$ 是 3 的倍數、 $(N+2)$ 是 4 的倍數、……、 $(N+8)$ 是 10 的倍數。

求符合條件的最小整數 N 是多少？

- (A) 62 (B) 362 (C) 1502 (D) 2522

試題結束