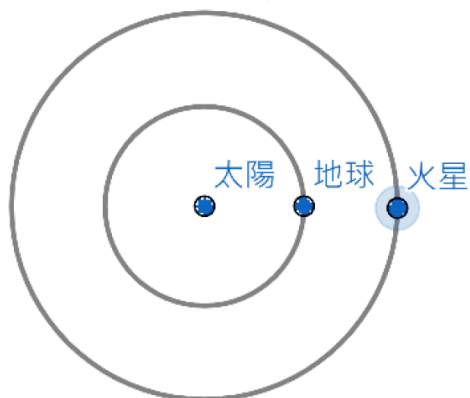


一、(填充題 10 分) 坐標平面上三點分別為 $A(1,9)$ 、 $B(4,0)$ 、 $C(8,8)$ ，則三角形 ABC 的外接圓圓心坐標是_____

二、(填充題 10 分) 正八邊形的邊長為 1 時，它的面積是_____

三、(填充題 10 分)(如圖) 假設地球與火星在以太陽為中心的同心圓軌道上同方向作等速率圓周運動，地球繞太陽一周需時 1 地球年，火星繞太陽一周需時 1.88 地球年；當地球與火星之間的距離最小時，稱為火星衝，火星衝發生時，太陽、地球與火星在同一條直線上。相鄰兩次火星衝的時間間隔為 _____ 地球年 (以循環小數表示)



四、(10 分) 若

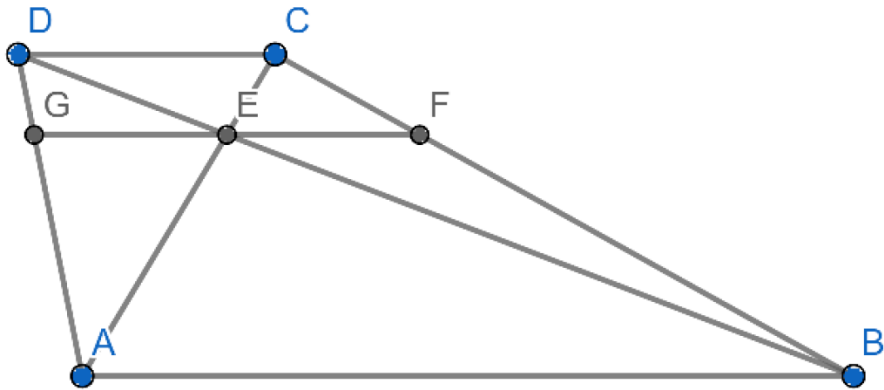
$$\begin{cases} x + y &= 1 \\ a + b &= 3 \\ ax + by &= 1 \\ ax^2 + by^2 &= 4 \end{cases}$$

則

$$ax^3 + by^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

五、(填充題 10 分)(如圖) 梯形的四個頂點依序為 A 、 B 、 C 、 D ，兩對角線 \overline{AC} 與 \overline{BD} 相交於 E 點，過 E 點的線段 \overline{FG} 平行上下兩底 (\overline{AB} 與 \overline{CD})，若是 $\overline{FG} = 6$ 單位長且 $\overline{CD} = 4$ 單位長，則

$\overline{AB} =$ _____ 單位長



六、(填充題 10 分) 若平方和級數公式如下

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

則二次函數

$$f(x) = (x+1)^2 + (x+2)^2 + \cdots + (x+24)^2$$

的最小值是 _____

題組 (第七題與第八題)

費氏數列是以遞迴的方法來定義：

$$\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \quad (n \geq 2) \end{cases}$$

費氏數列有下列性質

- $a_{m+n} = a_{m+1}a_n + a_ma_{n-1}$
- 任意連續三個費氏數兩兩互質

七、(填充題 10 分) 費氏數 a_{30} 有 _____ 個正因數。

八、(填充題 10 分) 費氏數 a_{14} 與費氏數 a_{21} 的最大公因數是 _____

九、(計算題 10 分) 三角形內 P 點的重心坐標是由三角形頂點定義的坐標
(重心坐標也叫面積坐標)； P 點關於三角形 ABC 的重心坐標定義為

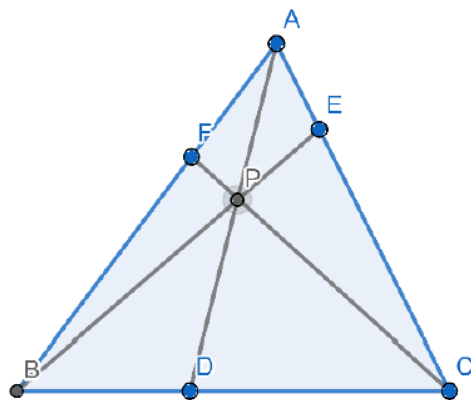
$$\left(\frac{\Delta PBC \text{ 面積}}{\Delta ABC \text{ 面積}}, \frac{\Delta PCA \text{ 面積}}{\Delta ABC \text{ 面積}}, \frac{\Delta PAB \text{ 面積}}{\Delta ABC \text{ 面積}} \right)$$

觀察此定義可知，重心坐標由三個面積比值構成，而且三比值的和為 1。

舉例而言， ΔABC 重心 (三中線交點) 的重心坐標 $= (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ 。

(如圖) 已知三線段 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 相交於 P 點，且

$$\begin{cases} \overline{AF} : \overline{FB} = 1 : 2 \\ \overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 3 \\ \overline{CE} : \overline{EA} = 3 : 1 \end{cases}$$



求 P 點的重心坐標為何？

十、(計算證明題 10 分) 證明不等式

$$\frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \cdots + \frac{1}{99^2} < \frac{1}{4}$$