

宜蘭縣第十四屆蘭陽盃數學大賽活動

數學金頭腦 B 組初試題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！

※請先確認你的答案卷、准考證與座位號碼是否一致無誤。

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第十四屆蘭陽盃數學大賽的數學金頭腦初試題本題本採單面印刷，共有 30 題選擇題，合計 9 頁。測驗時間共 35 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

1. 所有試題均為四選一的選擇題，答錯不倒扣。
2. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
3. 可利用試題本中空白部分計算，切勿在答案卡上計算。
4. 請核對答案卡上印製試場編號、座號、姓名、分組等資料。
5. 不可故意污損答案卡或試題本，否則不予計分。

作答方式：

請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 **2B** 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。例如答案為 **B**，則將 **Ⓐ** 選項塗黑、塗滿，即：**Ⓐ** ● **Ⓑ** ● **Ⓒ** ○ **Ⓓ** ○

以下為錯誤的畫記方式，可能導致電腦無法正確判讀。如：

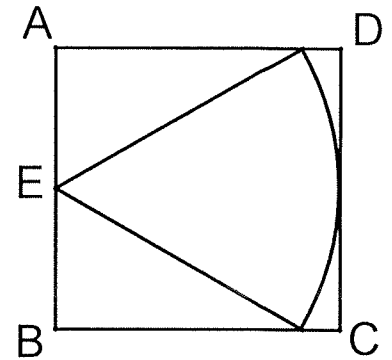
- Ⓐ ● **Ⓑ** ○ **Ⓒ** ○ **Ⓓ** ○ — 未將選項塗滿
- Ⓐ **Ⓑ** ○ **Ⓒ** ○ **Ⓓ** ○ — 未將選項塗黑
- Ⓐ ● **Ⓑ** ● **Ⓒ** ○ **Ⓓ** ○ — 未擦拭乾淨
- Ⓐ ● **Ⓑ** ● **Ⓒ** ○ **Ⓓ** ○ — 塗出選項外
- Ⓐ ● **Ⓑ** ● **Ⓒ** ● **Ⓓ** ○ — 同時塗兩個選項

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

1.

如右圖，正方形 $ABCD$ 邊長為 12 公分，以 \overline{AB} 的中點 E 為圓心， \overline{AB} 為半徑，畫一個扇形，求扇形面積為多少平方公分？

- (A) 6π 平方公分 (B) 12π 平方公分
(C) 18π 平方公分 (D) 24π 平方公分。



2.

已知 A 、 B 、 C 為三個大小與形狀相同的長方形土地，將 A 土地平分切成 8 塊， B 土地平分切成 12 塊， C 土地平分切成 16 塊。今甲取得 A 土地的其中一塊、乙取得 B 土地的其中一塊、丙取得 C 土地的其中一塊。則甲、乙、丙取得的土地面積比為何？

- (A) 6:4:3 (B) 4:9:16 (C) 4:3:2 (D) 2:3:4

3.

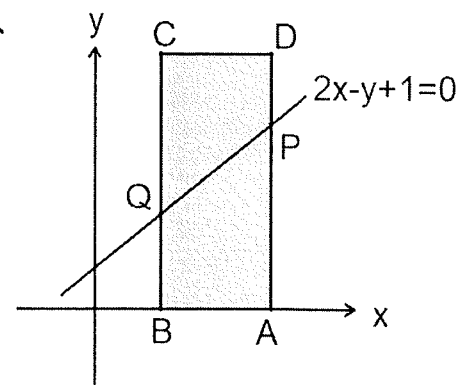
解方程式 $\frac{2020}{2021}x + \frac{2021}{2020} = \frac{2021}{2022}x + \frac{2021}{2020}$ ，則 x 的值為多少？

- (A) 0 (B) 1 (C) $\frac{2021}{2020}$ (D) 無解。

4.

如右圖，在座標平面上有一長方形 $ABCD$ ，其中 \overline{BC} 距離 y 軸 2 個單位長， A 、 B 兩點均在 x 軸上，且直線 $2x - y + 1 = 0$ 與 \overline{AD} 、 \overline{BC} 分別交於 P 、 Q ， $\overline{AD} = 20$ ，則梯形 $ABQP$ 與梯形 $PQCD$ 的面積比為何？

- (A) 1:1 (B) 9:11 (C) 9:10 (D) 7:11



5.

設 x 、 y 為有理數，若 $(x^2 + y^2)(x^2 - 1 + y^2) - 12 = 0$ ，則 $x^2 + y^2$ 之值為何？

- (A) 4 (B) -3 (C) 4 或 -3 (D) 無解。

6.

櫻枝 做一題「兩數相除」的計算題，不小心將「÷」號看成「+」號，若沒有其他計算上的錯誤，算出的答案是 $-\frac{7}{8}$ ，已知原來的被除數是 $3\frac{1}{2}$ ，則原來兩數相除的正確答案為多少？

- (A) $-\frac{5}{4}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $-\frac{4}{5}$ 。

7.

若 $m + n < 0$ ， $m \times n > 0$ ，且 $x = 10^m$ ， $y = 10^n$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) $x < 0$ ， $y < 0$ (B) $x + y > 1$ (C) $xy < 0$ (D) $1 - xy > 0$ 。

8.

已知 $9 \times 37037 = 333333$ ，計算 $333333 \times 39 - 51 \times 37037$ 之值為何？

- (A) 1111110 (B) 11111100 (C) 9999990 (D) 99999900。

9.

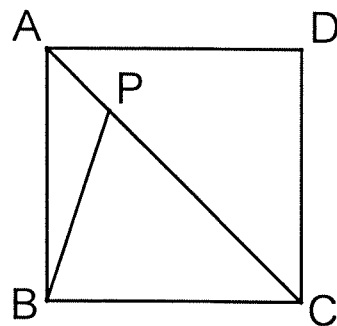
為了提升買氣，某廠商決定促銷兩款不同手機，每支均賣 3600 元，已知其中一支賺 20%，另一支賠 20%，則這次促銷，廠商賺(或賠)多少元？

- (A) 賺 60 元 (B) 賺 300 元 (C) 賠 300 元 (D) 不賺不賠 。

10.

如右圖， P 為正方形 $ABCD$ 對角線 \overline{AC} 上一點，已知 $\overline{AP}=2$ ， $\overline{CP}=8$ ，則 $\overline{BP}=?$

- (A) $\sqrt{45}$ (B) $\sqrt{40}$ (C) $\sqrt{34}$ (D) $\sqrt{20}$ 。



11.

已知 $a^2 + a - 1 = 0$ ，

則 $a^{2020} - a^{2021} - a^{2022} + a^{2023} - a^{2024} - a^{2025} + a^{2026} - a^{2027} - a^{2028} - a^2 - a + 3 = ?$

- (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ 。

12.

判斷一元二次方程式 $2x^2 - 5x - a = 0$ 中， a 為下列哪一個數時，可使此方程式的一根為整數？

- (A) 15 (B) 16 (C) 20 (D) 25 。

13.

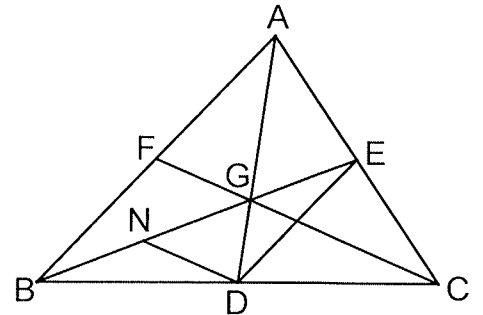
一個質數只能分解成 1 與本身的乘積，例如： $2=1\times 2$ ， $3=1\times 3$ 。已知 x 為正整數，且 $(x-3)^2-10(x-3)-56$ 為一個質數，則此質數為？

- (A) 17 (B) 19 (C) 67 (D) 79 。

14.

如右圖，設 G 為 $\triangle ABC$ 的重心， N 是 \overline{BG} 的中點，已知 $\triangle ABC$ 的面積為 30，求 $\triangle DEN$ 的面積為多少？

- (A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) $\frac{15}{2}$ 。



15.

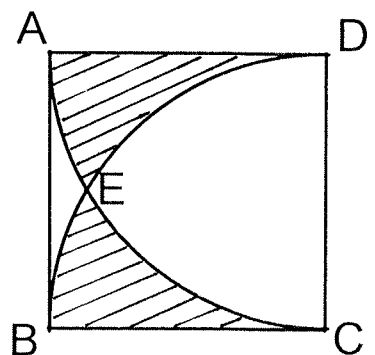
比較 $A=\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ 與 $B=\sqrt{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}$ 之大小？

- (A) $A>B$ (B) $A<B$ (C) $A=B$ (D) 無法比較。

16.

如右圖，正方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB}=6$ ，各以 C 、 D 為圓心， \overline{CD} 為半徑畫弧交於 E 點，求斜線部分面積為多少平方單位？

- (A) $36\pi-9\sqrt{3}$ (B) $9\sqrt{3}-3\pi$
(C) $6\pi-18\sqrt{3}$ (D) $18\sqrt{3}-6\pi$ 。



17.

在座標平面上， L_1 、 L_2 、 L_3 分別為一次函數 $y=f(x)$ 、 $y=g(x)$ 、 $y=h(x)$ 的圖形。已知 L_1 、 L_2 相交於 $P(2,3)$ ， L_2 、 L_3 相交於 $Q(-6,-4)$ ， L_1 、 L_3 相交於 $R(4,-2)$ ，請問下列敘述何者錯誤？

(A) $f(2)=g(2)$

(B) $g(-6)=h(-6)$

(C) $f(1)>g(1)>h(1)$

(D) 若 $a<-6$ 時，則 $h(a)>f(a)>g(a)$

18.

美味雜貨店某日開賣前，糖果、餅乾、巧克力的顆數比為 $7:5:4$ ，打烊後清點這三種零食，糖果、餅乾、巧克力的顆數比變為 $7:5:2$ ，且巧克力剩下的顆數是開賣前的三分之一，關於當天賣出的零食顆數，下列敘述何者正確？

(A) 糖果最少

(B) 餅乾最少

(C) 巧克力最少

(D) 糖果和餅乾相同

19.

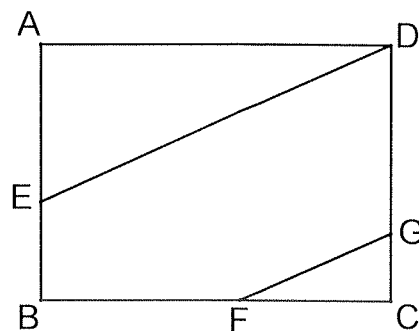
辛亥中學共有 600 名學生參加電視節目錄影，租了 45 人座與 30 人座巴士共有 18 輛。若每輛 45 人座巴士的租金為 3500 元，每輛 30 人座巴士的租金為 2000 元，總共租金不超過 48000 元。請問，45 人座巴士的數量有幾種可能性？

(A) 3 種 (B) 4 種 (C) 5 種 (D) 6 種 。

20.

如右圖， $ABCD$ 為長方形， E 點在 \overline{AB} 上， F 點在 \overline{BC} 上， G 點在 \overline{CD} 上，若 $\overline{CF}=3$ ， $\overline{CG}=1$ ， $\overline{DG}=5$ ， $\overline{BF}=2\overline{BE}$ ，且 $\overline{DE}\parallel\overline{FG}$ ，求 $\overline{BE}=?$

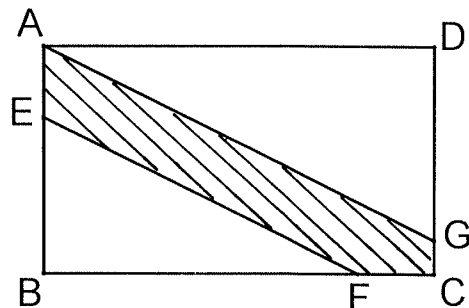
- (A) $\frac{13}{4}$ (B) 3 (C) $\frac{17}{5}$ (D) $\frac{5}{2}$ 。



21.

如右圖，四邊形 $ABCD$ 為一個長方形且 $\overline{AG}\parallel\overline{EF}$ ，若 $\overline{AD}=40$ 、 $\overline{AE}=\overline{CF}=9$ 、 $\overline{CG}=5$ ，求斜線部分的面積為多少平方公分？

- (A) 268 (B) 294 (C) 324 (D) 342 。



22.

媽媽讓小梅拿 1000 元去商店購買每個 120 元的大模型和每個 50 元的小模型共 10 個，預計找回 K 元。小梅回家之後發現，買回的兩種模型與原先要購買的數量恰好相反，而且找回的錢變多了，下列何者可能是 K 的值？

- (A) 60 (B) 80 (C) 150 (D) 220 。

23.

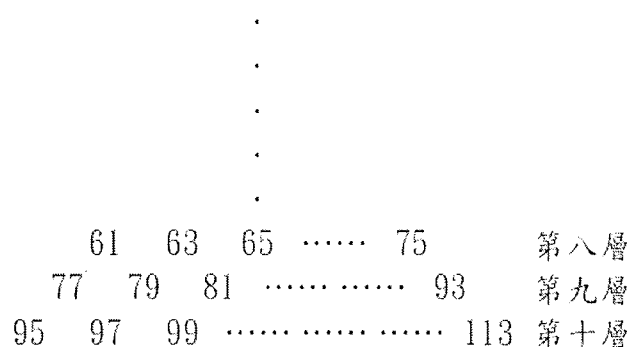
平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{AC}=15$ ，又 $\angle BAC=90^\circ$ ，求 $\overline{BD}=?$

- (A) $\frac{17}{3}$ (B) $\frac{17}{2}$ (C) 17 (D) 34。

24.

如右圖，第四層的數字總和為多少？

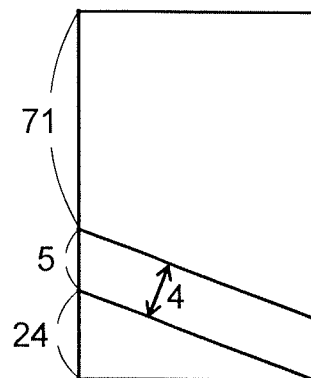
- (A) 76 (B) 80 (C) 88 (D) 96。



25.

有一位農夫最近非常煩惱，因為有一條 4 公尺寬的平行道路穿過他的矩形牧場，把牧場分成二個區塊，他也因而失去部份的土地，右圖中，所標示的長度單位均為公尺，請問他失去的土地為多少平方公尺？

- (A) 90 (B) 120 (C) 160 (D) 200。



26.

解方程式 $ax^2 + 2bx + 5c = 0$ 時，以公式解得 $x = \frac{-2b \pm \sqrt{4b^2 - 20ac}}{2a}$ 得到 $x = -6$ 、 $x = \frac{1}{2}$ ，則

方程式 $9ax^2 + 6bx + 5c = 0$ 的解為何？

- (A) $x = -6$ 、 $x = \frac{1}{2}$ (B) $x = -18$ 、 $x = \frac{3}{2}$
(C) $x = -54$ 、 $x = \frac{9}{2}$ (D) $x = -2$ 、 $x = \frac{1}{6}$ 。

27.

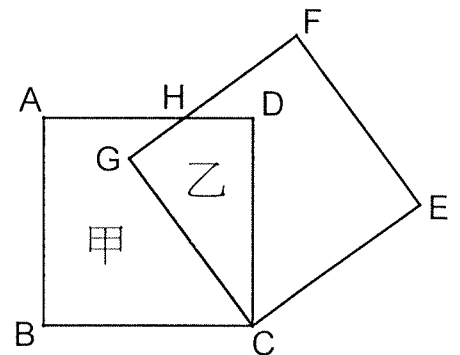
琳琳這學期數學小考成績的平均為 80 分，若將最高的分數拿走，則剩下的分數平均為 77 分；若將最低的分數拿走，則剩下的分數平均 84 分。已知最高分與最低分相差 42 分，且每次小考成績皆不相同，請問琳琳班上這學期共考了幾次數學小考？

- (A) 5 次 (B) 6 次 (C) 7 次 (D) 8 次。

28.

如右圖，四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $CEFG$ 均是邊長為 20 的正方形，設五邊形 $ABCGH$ 為甲區域，四邊形 $CDHG$ 為乙區域，若甲、乙兩個區域的周長比為 5:3，求甲、乙兩個區域的面積比？

- (A) 3:1 (B) 4:1 (C) 5:1 (D) 5:3。



29.

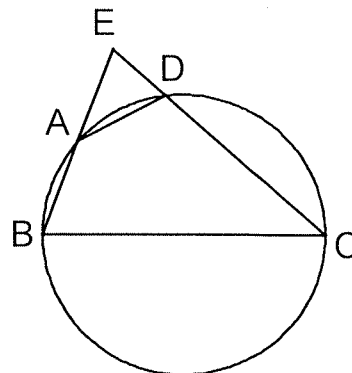
如右圖，圓內接四邊形 $ABCD$ 中，直徑 $\overline{BC} = 13$ 、 $\overline{AB} = \overline{AD} = 5$ ，求 $\overline{CD} = ?$

(A) $\frac{109}{13}$

(B) $\frac{114}{13}$

(C) $\frac{119}{13}$

(D) $\frac{124}{13}$ 。



30.

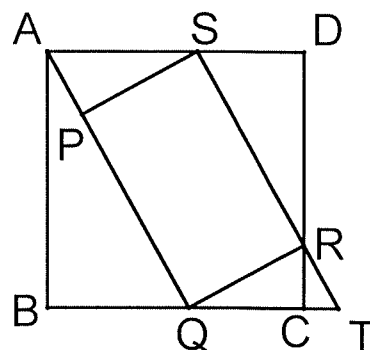
如右圖所示， $ABCD$ 是正方形， $PQRS$ 是長方形，且 $\triangle APS$ 的面積為 30， $\triangle CQR$ 的面積為 27，求 $\overline{SD} = ?$

(A) $\frac{11}{3}\sqrt{2}$

(B) $\frac{11}{2}\sqrt{2}$

(C) $\frac{7}{2}\sqrt{2}$

(D) $\frac{8}{3}\sqrt{2}$ 。



試題結束