

112學年度宜蘭縣 數學素養導向評量試題工作坊

分享者：央團數學諮詢教師兼任組長
台南市國中數學輔導團員
台南市永康國中

舞動文字的數學藝術家 林柏寬



近三年得獎經歷

110年My Viewboard 國中組數位教材特優

111年經濟部能源競賽國中小組教案特優
(能源議題融入數學)

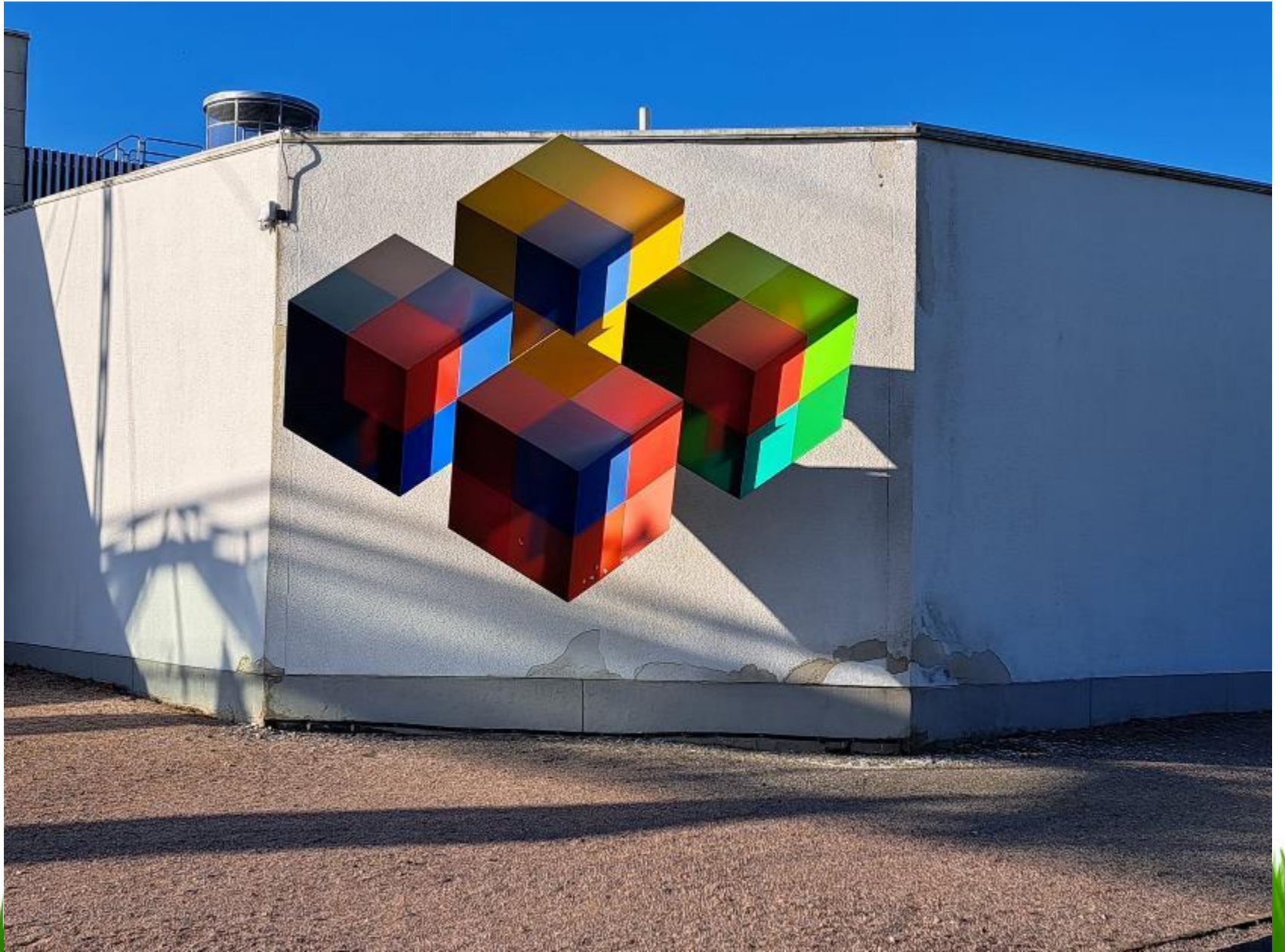
112年教育部學習扶助補強模組國中組佳作

112年台師大數教中心學習活動設計優選

因材網A1、A2、B1、B3講師

教育部數位指引手冊1.0、2.0共同執筆作者

你看到甚麼？



實際上是這樣！



芬蘭科學館外部一隅



關於芬蘭，還想知道的事...



數學領綱學習內容

增加了什麼？ 三視圖、等比數列、三角比、
空間中的歪斜直線。

刪掉了什麼？ 兩圓關係、圓內角、圓外角、弦切角、
二次函數配方法。

弱化了什麼？ 長除法、因式分解、等差數列。

課綱是評量的上限、教學的下限。

有想問的問題嗎？

素養為何物？

教育部潘文忠部長說：

新課綱強調探究與實作，探究過程就是「素養」，
重視學習方法和態度。

央團數學召集人林福來教授說：

素養就是你學習幾年後，還可以很自然用得出來的東西。

何為素養？

台灣

自發

互動

共好

Attitude

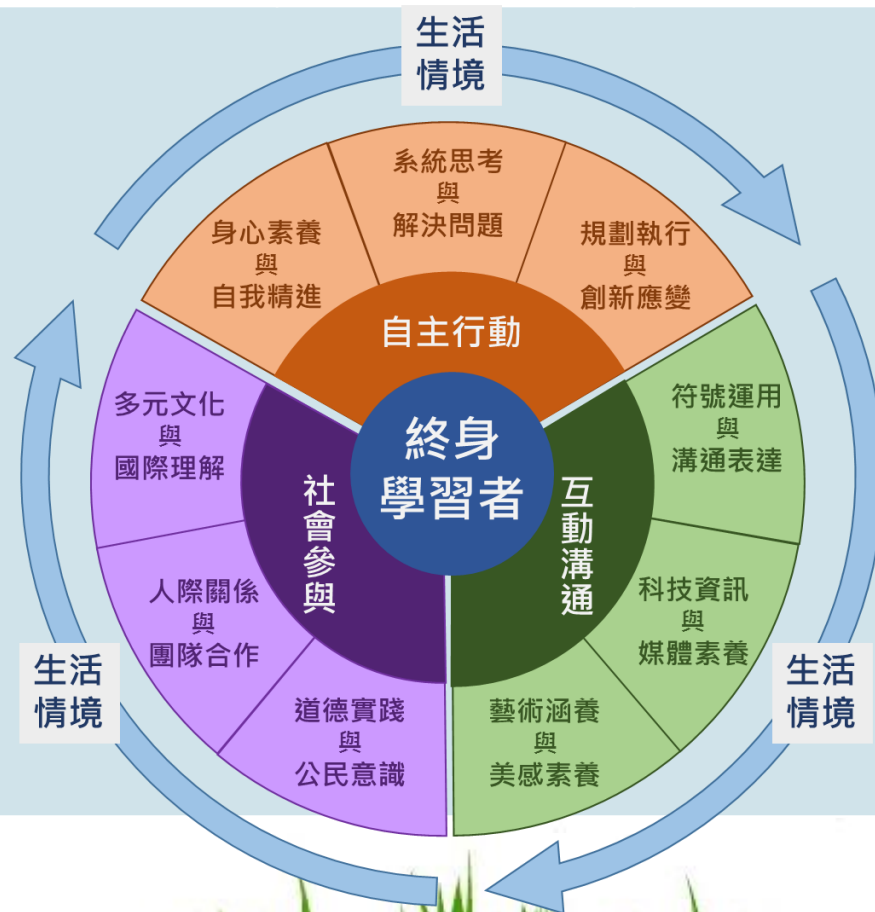
態度

Skill

能力

Knowledge

知識





先談會考非選擇題！



112年非選題

非選擇題

題號	全國平均得分(E)	貴縣平均得分	貴校平均得分
1	1.0249分 滿分率 10.92 %		
2	1.2314分 滿分率 18.90 %		

112年非選題有素養嗎？

1. A、B 兩廠牌的疫苗皆進行實驗以計算其疫苗效力。兩廠牌的疫苗實驗人數皆為 **30000** 人，各廠牌實驗人數中一半的人施打疫苗，另一半的人施打不具疫苗成分的安慰劑。經過一段時間後觀察得知，在 A 廠牌的實驗中，施打疫苗後仍感染的人數為 **50** 人，施打安慰劑後感染的人數為 **500** 人。而疫苗效力的算式如下：

疫苗效力 = $(1 - p \div q) \times 100\%$ ，其中

$$p = \frac{\text{施打疫苗後仍感染的人數}}{\text{施打疫苗的人數}}, \quad q = \frac{\text{施打安慰劑後感染的人數}}{\text{施打安慰劑的人數}}$$

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

- (1) 根據實驗數據算出 A 廠牌的疫苗效力為多少？
- (2) 若 B 廠牌的實驗數據算出的疫苗效力高於 A 廠牌，請詳細說明 B 廠牌的實驗中施打疫苗後仍感染的人數，是否一定低於 A 廠牌實驗中施打疫苗後仍感染的人數？

112年非選題有素養嗎？

(1) 對應疫苗效力的算式

$$\begin{aligned}\text{所求} &= \left[1 - \left(\frac{50}{15000} \div \frac{500}{15000} \right) \right] \times 100\% \\ &= \left[1 - \left(\frac{1}{300} \div \frac{1}{30} \right) \right] \times 100\% = 90\%\end{aligned}$$

$$(2) (1 - p \div q) \times 100\% > 90\% \quad \therefore \frac{p}{q} < \frac{1}{10}$$

$$\text{舉反例：設 } p = \frac{150}{15000} = \frac{1}{100}, \quad q = \frac{3000}{15000} = \frac{1}{5}$$

$$\text{則 } \frac{p}{q} = \frac{1}{100} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{20} < \frac{1}{10}$$

但 $150 > 50$ ， \therefore 否

答：(1) 90% (2) 否

112年非選題有素養嗎？



老師，您心目中的3分、2分與1分的量尺在哪裡？



112年非選題有素養嗎？

閱卷核心委員的量尺又在哪裡？

1)

$$(1 - P \div q) \times 100\%$$

$$= (1 - \frac{50}{15000} \div \frac{500}{15000}) \times 100\%$$

$$= (1 - \frac{1}{10}) \times 100\%$$

$$= 90\%$$

2)

設B廠牌施打疫苗後仍感染
人數為100人
施打安冠劑後感染
為5000人

$$(1 - \frac{100}{15000} \div \frac{5000}{15000}) \times 100\%$$

$$= (1 - \frac{2}{100}) \times 100\%$$

$$= 98\%$$

100 > 50, 98% > 90%
所以不一定

A: 1) 90%
2) 否

3分樣卷

112年非選題有素養嗎？

$$(1) 3000 \times \frac{1}{2} = 1500$$

$$p = \frac{50}{1500} = \frac{1}{30} \quad q = \frac{50}{1500} = \frac{1}{30}$$

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{1}{30} \div \frac{1}{30}\right) \times 100\% &= \left(1 - \frac{1}{30} \times \frac{30}{1}\right) \times 100\% \\ &= \frac{9}{10} \times 100\% \\ &= 90\% \end{aligned}$$

✓ 90%

(2)

$$A \text{ 廠} < B \text{ 廠} \Rightarrow p \div q < \frac{1}{10}$$

要把 $p \div q$ 控制在 $\frac{1}{10}$ 內

設打後感染者有 x 人

打安慰劑後感染者有 y 人

$$\frac{x}{1500} \div \frac{y}{1500} < \frac{1}{10}$$

$$\frac{x}{y} < \frac{1}{10}$$

\Rightarrow 否. 又要施打安慰

劑的人數多就好
✓ 否

ex	$x = 50$
	$y = 550$
	$\frac{x}{y} = \frac{1}{11}$

3分樣卷

112年非選題有素養嗎？

$$(1) p = \frac{500}{3000} = \frac{1}{6}, q = \frac{1}{3}$$
$$\text{疫苗效力} = (1 - \frac{1}{6}) \times 100\% = \frac{5}{6} \times 100\% = 83.3\%$$
$$= (1 - \frac{1}{3}) \times 100\% = \frac{2}{3} \times 100\% = 66.7\%$$
$$= 90\% \# \quad A: 90\%$$

$$(2) \text{疫苗效力} = (1 - p \cdot q) \times 100\%$$

若B廠牌之p和A廠牌之p相同

B廠牌之q > A廠牌之q

⇒ B之p·q 會比A之p·q小 ($\frac{p}{大} < \frac{p}{小}$)

⇒ B之1-p·q 會比A之1-p·q大 (1-小 > 1-大)

⇒ B之疫苗效力 > A之疫苗效力 不是# A不是

3分樣卷

112年非選題有素養嗎？

$$\begin{aligned} (1) \quad & P = \frac{50}{1500} = \frac{1}{30} \\ & Q = \frac{50}{1500} = \frac{1}{30} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} P \\ Q \end{aligned}} \right\} \text{代入公式 } (1 - \frac{1}{30} \div \frac{1}{30}) \times 100\% \\ & = (1 - \frac{1}{30} \times 30) \times 100\% \\ & = \frac{9}{10} \times 100\% \\ & = 90\% .$$

(2) 假設 B 廠 1500 人有 100 人感染，打安慰劑的 1500 人有 1500 人感染

→ 結果還是 $> 90\%$

∴ 不一定打疫苗感染的人數會比 A 廠低

A. (1) 90%
A. (2) 不定

2分樣卷

WHY?

未代入疫苗效力公式
驗證其疫苗效力 $> 90\%$
解題不完整

112年非選題有素養嗎？

$$30000 \div 2 = 15000$$

$$P = \frac{500}{15000} = \frac{1}{300}$$

$$q = \frac{500}{15000} = \frac{1}{30}$$

$$\begin{aligned} \text{疫苗效力} &= \left(1 - \frac{1}{300} \div \frac{1}{30}\right) \times 100\% \\ &= 90\% \end{aligned}$$

$P \div q$ 的值越小，疫苗效力越高

∴ 施打疫苗後仍感染的人數會變小

施打安慰劑後仍感染的人數可能會變大

∴ 否，不一定會低於A廠牌實驗中施打

A: 90% 否

疫苗後仍感染的人數

2分樣卷

WHY?

缺乏正確說明B廠施打疫苗後感染數的變化，未能回應題目要求，解題過程不完整

112年非選題有素養嗎？

① 1. 算出A廠牌的p = $\frac{50}{(30000 \div 2)}$
2. 算出A廠牌的q = $\frac{500}{(30000 \div 2)}$
3. 代入公式 $\Rightarrow (1 - \frac{50}{15000} \div \frac{500}{15000}) \times 100\%$

$$= (1 - \frac{1}{10}) \times 100\% = 90\% \quad A = 90\%$$

② ∵ B廠的效力 > A ∴ B的效力 > 90%
設B廠打疫苗後感染a人，打安慰劑者感染b人
代入公式 $(1 - \frac{a}{b}) \times 100\% > 90\%$ 如果 $a = 25k$
 $(1 - \frac{25k}{b}) \times 100\% > 90\% \Rightarrow \frac{b - 25k}{b} > \frac{9}{10}$
 $\frac{b - 25k}{b} > \frac{9}{10} \Rightarrow b - 25k > \frac{9}{10}b \Rightarrow b > 10a \quad b = 250k$
就可以了

2分樣卷

WHY?

舉出一組數值實例(25, 250)，未能符合此式中數量關係及施打疫苗後感染數 ≥ 50 條件，解題過程大致完整但出現錯誤。

112年非選題有素養嗎？

$$\begin{aligned} p &= \frac{50}{15000} = \frac{1}{300} & q &= \frac{500}{15000} = \frac{1}{30} \\ \text{ii) 疫苗效力} &= \left(1 - \frac{1}{300} \div \frac{1}{30}\right) \times 100\% \\ &= \left(1 - \frac{1}{10}\right) \times 100\% = 0.9 \times 100\% = 90\% \end{aligned}$$

ii) 若施打安樂劑後仍感染
的人數 > A廠牌

$$q = \frac{1000}{15000} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

$$\begin{aligned} \text{疫苗效力} &= \left(1 - \frac{1}{300} \times 15\right) \times 100\% \\ &= 95\% \end{aligned}$$

ii) 90%

A: ii) 一定

2分樣卷

WHY?

一組數值實例(50,1000)，代入疫苗效力公式
驗證其疫苗效力 > 90%，但未能正確判斷答案為否。

112年非選題有素養嗎？

2分樣卷

WHY?

$$\textcircled{1} p = \frac{50}{15000} = \frac{1}{300}$$

$$q = \frac{50}{15000} = \frac{1}{300}$$

$$\left(1 - \frac{1}{300} \div \frac{1}{30}\right) \times 100\%$$

$$= \left(1 - \frac{1}{10}\right) \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{9}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{9}{1000} \quad A: \frac{9}{1000}$$

② 設B廠牌打疫苗仍感染為150人
打安慰劑感染為15000人

$$p = \frac{150}{15000} = \frac{1}{100} = \frac{1}{100}$$

$$q = \frac{150}{15000} = 1$$

$$\left(1 - \frac{1}{100} \div 1\right) \times 100\% = \frac{99}{1000} \quad A: \text{否}$$

$$\textcircled{1} p = \frac{50}{15000} = \frac{1}{300}$$

$$q = \frac{50}{15000} = \frac{1}{300}$$

$$\left(1 - \frac{1}{300} \div \frac{1}{30}\right) \times 100\%$$

$$= \left(1 - \frac{1}{10}\right) \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{9}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{9}{1000} \quad A: \frac{9}{1000}$$

② 設B廠牌打疫苗仍感染為150人
打安慰劑感染為15000人

$$p = \frac{150}{15000} = \frac{1}{100} = \frac{1}{100}$$

$$q = \frac{150}{15000} = 1$$

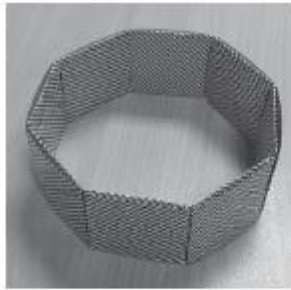
$$\left(1 - \frac{1}{100} \div 1\right) \times 100\% = \frac{99}{1000} \quad A: \text{否}$$

廿一世紀八大思考素養

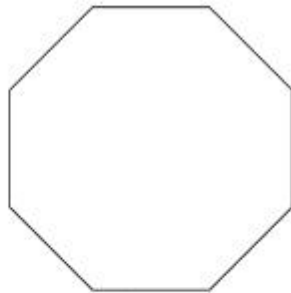
八大技能	三元素		
批判思考	察覺矛盾	說理反駁	判斷有效性
創造力	流暢性	變通性	獨創性
研究與探究	提想法	做試驗	下結論
自主堅持	自主導向	自動自發	堅持不懈
資訊使用	模擬操作	探究實驗	反思溝通
系統性思維	找元素	找關係	建系統
溝通	釐清想法	調適想法	統整想法
反思	事件描述	詮釋了解	批判評鑑

112年非選題有素養嗎？

2. 小儀利用一副撲克牌摺疊出一個環套，如圖(十六)所示。環套的上視圖為邊長 6 公分的正八邊形，如圖(十七)所示。



圖(十六)

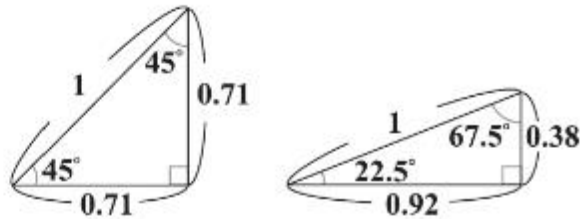


圖(十七)

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

- (1) 圖(十七)的正八邊形的一個內角度數為多少？
- (2) 已知有一個圓柱形花瓶其底面半徑為 8 公分，假設不考慮花瓶與環套厚度，判斷圖(十六)的環套是否能在不變形的前提下，套在此圓柱形花瓶側面外圍？

圖(十八)呈現 $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ 的三角形與 $22.5^\circ - 67.5^\circ - 90^\circ$ 的三角形，當斜邊為 1 時的兩股近似值，供作答時參考。



圖(十八)

112年非選題有素養嗎？

(1) 正八邊形內角：
$$\frac{(8-2) \times 180^\circ}{8} = 135^\circ$$

(2) 作簡圖如右

設 O 為正八邊形最長對角線的中點

$$360 \div 8 = 45^\circ$$

$$45^\circ \div 2 = 22.5^\circ$$

$$\text{則 } \frac{OA}{3} = \frac{1}{3}$$

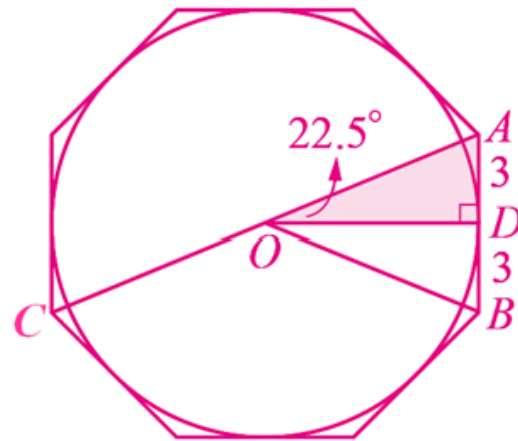
$$\Rightarrow OA \doteq 7.9 < 8$$

$$\Rightarrow AC < 16$$

即正八邊形最長的對角線長小於圓柱形花瓶底圓的直徑

\therefore 環套不能套入此圓柱形花瓶側面外圍

答：(1) 135° (2) 不能



112年非選題有素養嗎？



老師，您心目中的3分、2分與1分的量尺在哪裡？



111年非選題

非選擇題

題號	全國平均得分(E)	貴縣平均得分	貴校平均得分
1	1.1814分 滿分率 19.33%		
2	1.5750分 滿分率 30%		

111年非選題有素養嗎？

第 1 題

健康生技公司培養綠藻以製作「綠藻粉」，再經過後續的加工步驟，製成綠藻相關的保健食品。已知該公司製作每1公克的「綠藻粉」需要60億個綠藻細胞。

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

題目

- (1) 假設在光照充沛的環境下，1個綠藻細胞每20小時可分裂成4個綠藻細胞，且分裂後的細胞亦可繼續分裂。今從1個綠藻細胞開始培養，若培養期間綠藻細胞皆未死亡且培養環境的光照充沛，經過15天後，共分裂成 4^k 個綠藻細胞，則 k 之值為何？
- (2) 承(1)，已知60億介於 2^{32} 與 2^{33} 之間，請判斷 4^k 個綠藻細胞是否足夠製作8公克的「綠藻粉」？

(1) $15 \text{ 天} = 15 \times 24 = 360 \text{ 小時}$

$$360 \div 20 = 18$$

$$\text{所求} = 1 \times 4^{18} = 4^{18}, \therefore k = 18$$

(2) 8公克綠藻粉需要 8×60 億個綠藻細胞

$$4^{18} = (2^2)^{18} = 2^{36} = 2^3 \times 2^{33}$$

$$\therefore 2^{33} > 60 \text{ 億}$$

$$\therefore 2^3 \times 2^{33} > 2^3 \times 60 \text{ 億} = 8 \times 60 \text{ 億}$$

\Rightarrow 足夠製作

答：(1) 18 (2) 足夠

111年非選題

第 2 題

一副完整的撲克牌有 4 種花色，且每種花色皆有 13 種點數，分別為 2、3、4、5、6、7、8、9、10、J、Q、K、A，共 52 張。

某撲克牌遊戲中，玩家可以利用「牌值」來評估尚未發出的牌之點數大小。「牌值」的計算方式為：未發牌時先設「牌值」為 0；若發出的牌點數為 2 至 9 時，表示發出點數小的牌，則「牌值」加 1；若發出的牌點數為 10、J、Q、K、A 時，表示發出點數大的牌，則「牌值」減 1。

題目 例如：從一副完整的撲克牌發出了 6 張牌，點數依序為 3、A、8、9、Q、5，則此時的「牌值」為 $0+1-1+1+1-1+1=2$ 。

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

(1) 若一副完整的撲克牌發出了 11 張點數小的牌及 4 張點數大的牌，則此時的「牌值」

(1) 所求 $= 0 + 1 \times 11 + (-1) \times 4 = 7$

(2) 設點數大的牌已發出 x 張
點數小的牌已發出 $(28-x)$ 張

則 $10 = (-1) \times x + 1 \times (28-x)$

$$10 = -x + 28 - x$$

$$2x = 18, x = 9$$

原有 $5 \times 4 = 20$ 張點數大的牌

$$\text{所求機率} = \frac{20-9}{52-28} = \frac{11}{24}$$

答：(1) 7 (2) $\frac{11}{24}$

出 28 張牌，且此時的「牌值」為 10。若剩下的牌中每一則下一張發出的牌是點數大的牌的機率是多少？

110年非選題

非選擇題

題號	全國平均得分(E)	貴縣平均得分	貴校平均得分
1	1.2545分 滿分率 22.41%		
2	1.2488分 滿分率 12.60%		

110年非選擇題有素養嗎？

1. 碳足跡標籤是一種碳排放量的標示方式，讓大眾了解某一產品或服務所產生的碳排放量多寡，如圖(十三)所示。

碳足跡標籤的數據標示有其規定，以「碳排放量大於 20 公克且不超過 40 公克」為例，此範圍內的碳足跡數據標示只有 20、22、24、……、38、40 公克等 11 個偶數；碳足跡數據標示決定於「碳排放量與這 11 個偶數之中的哪一個差距最小」，兩者對應標示的範例如表(二)所示。



圖(十三)

表(二)

碳排放量	碳足跡數據標示
20.2 公克	20 公克
20.8 公克	20 公克
21.0 公克	20 公克或 22 公克皆可
23.1 公克	24 公克

- (1) 兩個連續偶數的差為 2，取差的一半： $2 \div 2 = 1$ ， $38 - 1 = 37$ ， $38 + 1 = 39$ ，即碳排放量之最小值為 37 公克，最大值為 39 公克，



故此區間均可標示為 38 公克。

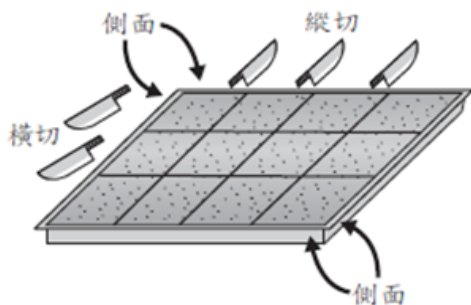
- (2) $37 \times 90\% = 33.3$ (公克)，標示為 34 公克； $39 \times 90\% = 35.1$ (公克)，標示為 36 公克。因 34、36 之間無其他偶數，故標示可能為 34 公克或 36 公克。

請根據上述資訊，回答下列問題，並詳細解釋或完整寫出你的解題過程：

- (1) 若有一個產品的碳足跡數據標示為 38 公克，則它可能的碳排放量之最小值與最大值分別為多少公克？
- (2) 承(1)，當此產品的碳排放量減少為原本的 90% 時，請求出此產品碳足跡數據標示的所有可能情形。

110年非選擇題有素養嗎？

2. 凱特平時常用底面為矩形的模具製作蛋糕，並以「平行於模具任一邊」的方式進行橫切或縱切，橫切都是從模具的左邊切割到模具的右邊，縱切都是從模具的上邊切割到模具的下邊。用這種方式，可以切出數個大小完全相同的小塊蛋糕。在切割後，他發現小塊蛋糕接觸模具的地方外皮比較焦脆，以圖(十四) 為例，橫切2刀，縱切3刀，共計5刀，切出 $(2+1) \times (3+1) = 12$ 個小塊蛋糕，其中側面有焦脆的小塊蛋糕共有10個，所有側面都不焦脆的小塊蛋糕共有2個。



圖(十四)

請根據上述切割方式，回答下列問題，並詳細解釋或完整寫出你的解題過程：

- (1)若對一塊蛋糕切了4刀，則可切出幾個小塊蛋糕？請寫出任意一種可能的蛋糕塊數即可。
- (2)今凱特根據一場聚餐的需求，打算製作出恰好60個所有側面都不焦脆的小塊蛋糕，為了避免勞累並加快出餐速度，在不超過20刀的情況下，請問凱特需要切幾刀，才可以達成需求？請寫出所有可能的情形。

(1)若只橫切4刀，則可切出5個小塊蛋糕；

若橫切3刀、縱切1刀，則可切出8個小塊蛋糕；

若橫切2刀、縱切2刀，則可切出9個小塊蛋糕；

若橫切1刀、縱切3刀，則可切出8個小塊蛋糕；

若只縱切4刀，則可切出5個小塊蛋糕；

(寫出任意一種即可)

故蛋糕塊數可能為5塊、8塊或9塊。

(2)

由(1)可知，橫向縱向刀數互換時，總刀數及小蛋糕個數不變，因此可以只考慮橫向切塊(刀數)小於或等於縱向切塊(刀數)的情況，如下表：

側面不焦脆的小塊蛋糕 橫向切塊	側面不焦脆的小塊蛋糕 縱向切塊	總刀數 (橫向+縱向)
1	60	$(1+1) + (60+1) = 63$
2	30	$(2+1) + (30+1) = 34$
3	20	$(3+1) + (20+1) = 25$
4	15	$(4+1) + (15+1) = 21$
5	12	$(5+1) + (12+1) = 19$
6	10	$(6+1) + (10+1) = 18$

由上述內容可知，凱特需要切18刀或19刀，才可以達成需求。

109年非選題


非選擇題

題號	全國平均得分(E)	貴縣平均得分	貴校平均得分
1	1.1255分 滿分率 16.09%		
2	0.9065分 滿分率 7.02%		

109年非選擇題有素養嗎？

1. 品沏飲料店提供三種品項，其對應兩種容量的價格如圖(二十)所示。

品項	中杯 (750毫升)	大杯 (1000毫升)
古早味紅茶	30元	45元
百香綠茶	35元	50元
珍珠奶茶	50元	65元



圖(二十)

品沏飲料店的老闆規劃回饋活動，凡自備容器購買飲料者，每種品項中杯皆折扣2元、大杯皆折扣5元。

請根據上述資訊，回答下列問題：

- (1) 老闆收到顧客反映，有些品項在自備容器後大杯的每毫升價格還是比中杯的貴，請問是圖(二十)中的哪些品項？
- (2) 若老闆想要讓所有品項在自備容器後大杯的每毫升價格都比中杯的便宜，則他應將大杯的折扣都至少改成多少元？請詳細解釋或完整寫出你的解題過程，並求出答案。

1. (1) $750 \div 1000 = 3 \div 4$

扣除自備容器折扣後

中杯古早味紅茶 $30 - 2 = 28$ 元

轉換成大杯容量 $28 \times \frac{4}{3} = 37\frac{1}{3}$ 元

又大杯古早味紅茶 $45 - 5 = 40$ 元 \rightarrow 較貴

中杯自香綠茶 $35 - 2 = 33$ 元

轉換成大杯容量 $33 \times \frac{4}{3} = 44$ 元

又大杯自香綠茶 $50 - 5 = 45$ 元 \rightarrow 較貴

中杯珍珠奶茶 $50 - 2 = 48$ 元

轉換成大杯容量 $48 \times \frac{4}{3} = 64$ 元

又大杯珍珠奶茶 $65 - 5 = 60$ 元 \rightarrow 較便宜

\rightarrow 古早味紅茶、自香綠茶較貴

(2)

$45 - 37\frac{1}{3} = 7\frac{2}{3}$

$50 - 44 = 6$

\therefore 折扣至少改成 8 元

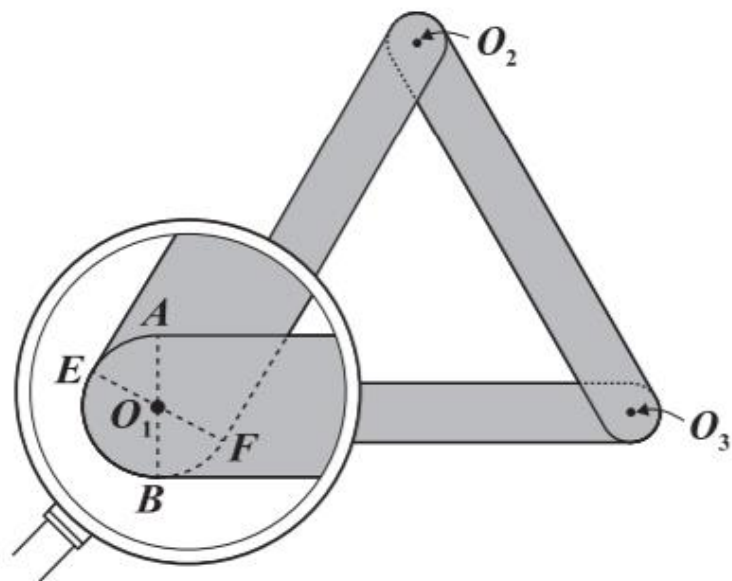
2. 預警三角標誌牌用於放置在車道上，告知後方來車前有停置車輛，如圖(二十一)所示。貝貝想製作類似此標誌的圖形，先使用反光材料設計一個物件，如圖(二十二)所示，其中四邊形 $ABCD$ 為長方形， \widehat{AB} 、 \widehat{CD} 分別為以 \overline{AB} 、 \overline{CD} 為直徑的半圓，且灰色部分為反光區域。接著，將三個圖(二十二)的物件以圖(二十三)的方式組合並固定，其中固定點 O_1 、 O_2 、 O_3 皆與半圓的圓心重合，且各半圓恰好與長方形的長邊相切，而在圖(二十三)左下方的局部放大圖中， B 、 E 皆為切點， \overline{AB} 、 \overline{EF} 皆為直徑。



圖(二十一)



圖(二十二)



圖(二十三)

請根據上述資訊，回答下列問題：

- (1) 圖(二十三)中 $\angle AO_1F$ 的度數為多少？
- (2) 根據圖(二十三)的組合方式，求出可看見的反光區域面積為多少？請詳細解釋或完整寫出你的解題過程，並求出答案。

素養評量？



大雄說：我不敢！

老師說：算數學，跟敢不敢有何關係？
你不懂數學？

大雄說：老師，你不懂胖虎。

素養評量？文字情境包裝，改個人名？

學生可以體現的情境

素養評量的模樣



長這樣？
假情境、真數學？

以及總是把墨水滴在
考卷上的學生



素養導向命題的三大重點

① 情境化

試題素材引用 **生活情境** 或 **學術探究** 情境

② 整合運用能力

包括閱讀理解、邏輯推論、圖表判讀、批判思考、資料證據應用等

③ 跨領域或跨學科

題型：分選擇題、混合題型、非選題或是表格作答

善用不同領域或學科所學來處理一個主題中的相關問題

真實生活情境問題的挑戰

1、數學內容分類：

數與量、不確定性、變化與關係、空間與形狀。

2、真實生活情境分類：

個人的、社會的、職業相關的、科學的

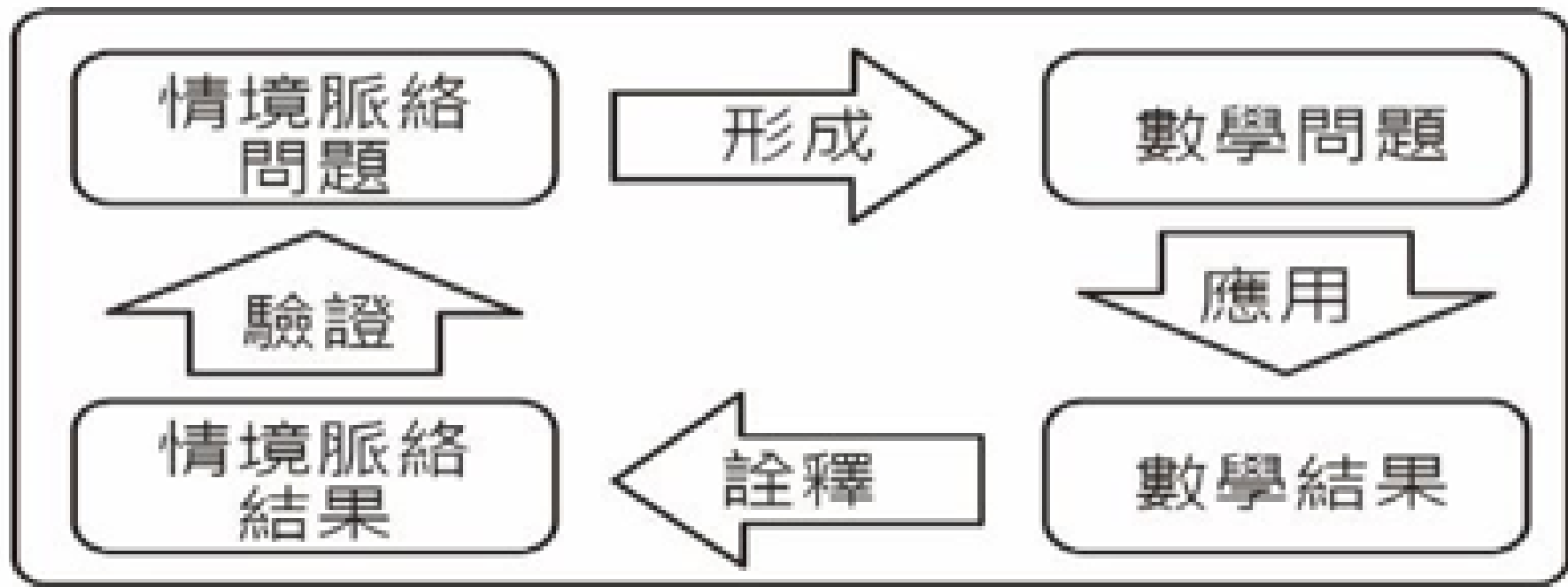
3、數學推理與問題解決：

(1) 數學概念、知識與技能

(2) 依據基礎概念進行數學推理

(3) 解題過程：轉化為數學問題，應用於解題、解釋與評鑑。

真實生活情境問題的挑戰

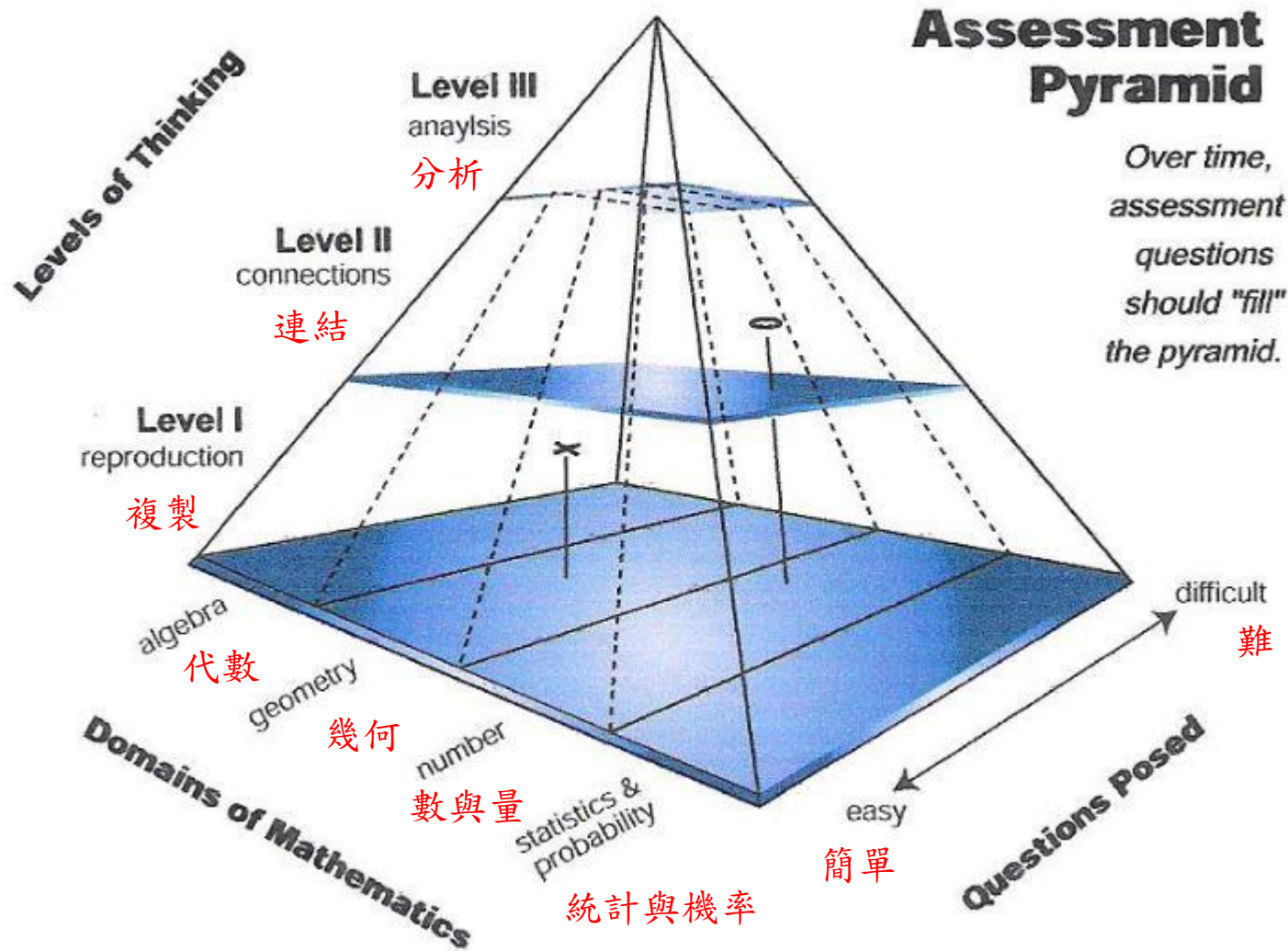


布魯姆認知領域教育目標

雙向細目表範例

教材內容	試題形式	認知歷程向度						合計 (題數)	百分比
		記憶	了解	應用	分析	評鑑	創造		
單元一	選擇題								
	非選擇題								
	小計								
單元二	選擇題								
	非選擇題								
	小計								
合計	選擇題								
	非選擇題								
	小計								
	百分比								

評量金字塔



評量金字塔(續)

- 思考層次一的問題通常是短答題、選擇題與填空題，這一類的問題通常是孤立存在，只要求**單一**的解答或解題策略。
- 思考層次二的问题為具有**脈絡**與**開放性**的問題，需要學生整合手邊既有資訊、選擇合適的數學工具與策略來解決問題。

評量金字塔(續)

- 思考層次三的問題也是**開放性**問題，最不容易設計，問題**條件並不充分**；學生可能要自訂條件，收斂問題範圍，以方便解題；它要求學生分析與看出問題背後的數學元素，進行**抽象化**與**數學化**，學生常要從不同角度思考提出創新的看法與解決策略。

思考層次一的問題

- 絕大多數測驗卷的題目。
- 可以很簡單，也可以很難。例如：
 - 小明付135元買3本作業簿，請問一本作業簿多少錢？
 - 計算
$$\frac{\sin^2 30^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (0.8)^{-1} + \sqrt{2.25}}{\frac{11}{20} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times (\cos 60^\circ + \tan 45^\circ)^2}$$
- 教師喜歡出這種題目是因為這一類的題目容易評分。

思考層次二的問題

為期六天的國際旅展即將在台北舉辦。準基正在尋找書展的打工機會。以下是二家旅行社提供的打工機會。

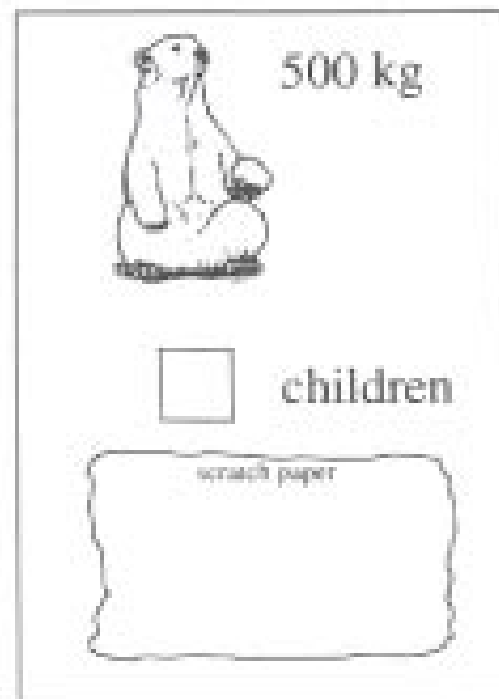
旅行社A：工作六天，每天 8 小時，每小時時薪 200 元，每多販售一套雜誌多加獎金 50 元。

旅行社B：工作六天，每天 8 小時，每小時時薪 250 元，每多販售一套雜誌多加獎金 25 元。

如果準基的專長是行銷，他該在什麼情況下分別選擇旅行社A或B的工作機會？

思考層次三的問題

- 如圖所示，一隻北極熊體重500公斤，它等於多少個孩童的體重總和？說出你的理由。



思考層次三的問題

一正方形邊長為 x 公分，把該正方形一邊增加6公分，另一邊減少4公分則形成一新長方形。

(1)繪圖表示如何把原正方形變成新長方形。

(2)分別以式子表示正方形與長方形的面積。

(3)當 x 值為多少時?長方形面積大於正方形面積

當 x 值為多少時?長方形面積小於正方形面積?

當 x 值為多少時?長方形面積等於正方形面積?

評量金字塔命題實作

分組討論—三層次命題

動動腦，發揮您的想像力吧！

資料引用：台南大學林素微教授
111學年度初階人才培訓



素養情境1

庭碩住的鄉鎮中，有3家競爭激烈的補習班。

以下是這3家最近3年的學測成果：

因為彼此競爭激烈，一旦有抹黑、造假，就會被其他兩家補習班合力圍剿，喪失信用與學生，還要面臨廣告不實的罰鍰，所以各補習班各自用真實資料，設計有利於自己的宣傳單。

	104學年		105學年		106學年	
	總人數	錄取大學人數	總人數	錄取大學人數	總人數	錄取大學人數
R補習班	60	30	65	31	80	32
S補習班	130	40	120	40	125	40
Q補習班	35	12	42	15	39	15

素養情境2

陳穎來到便利商店買飲料，她發現便利商店正在進行「健康輕鬆一夏」活動，如下圖。



7-ELEVEN 一夏
健康輕鬆

指定品項 同系列 同價位
任選第2件6折

活益比菲多
Mango Smoothie
100% 純夏芒果
綜合天然果汁
HPP
高壓瞬間殺菌

農榨
果汁含量 < 10%

蕃茄梅子
可果美
原汁含有率 30%

OPEN MILK

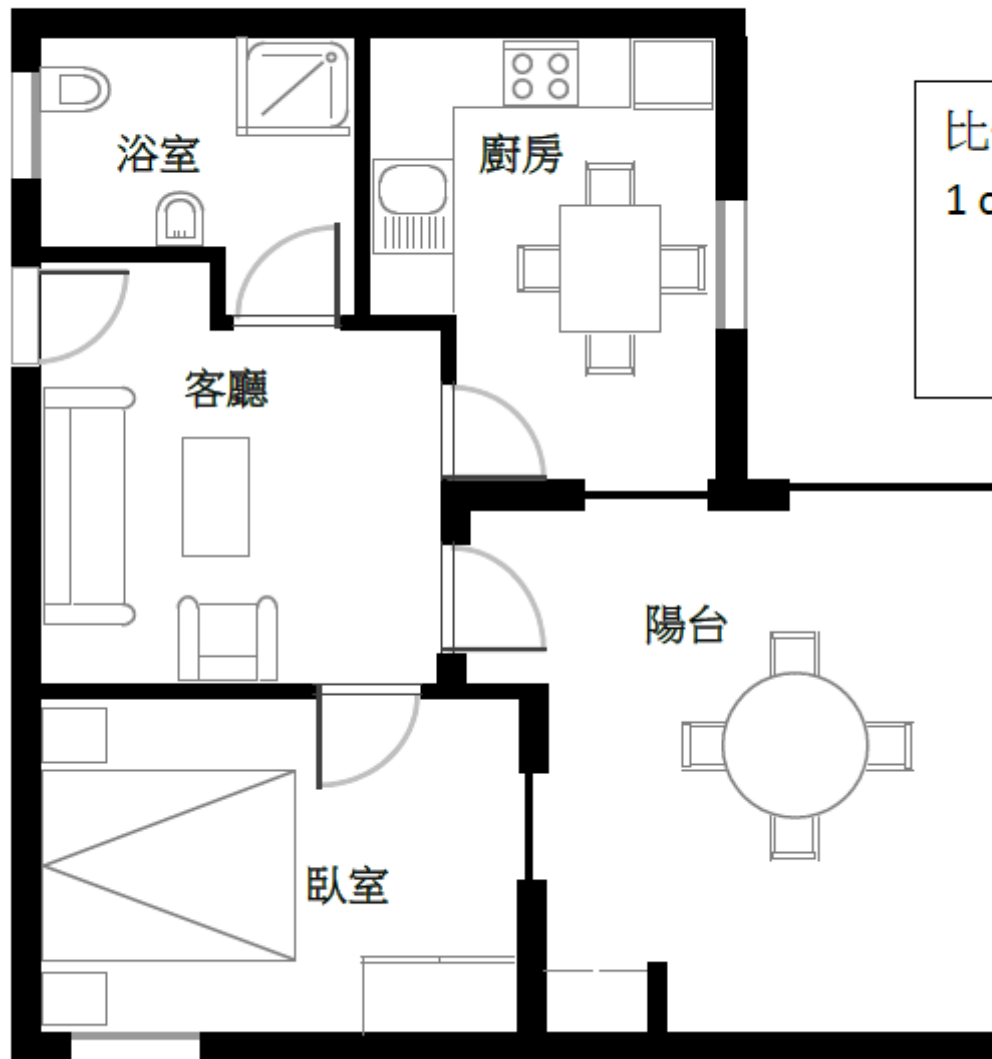
The advertisement features a blue sky and green grass background. It displays five beverage products: a white bottle of '活益比菲多' (Active Bifido), a clear bottle of 'Mango Smoothie', a white carton of '農榨' (Farm Fresh) juice, a red carton of '可果美' (Kogomei) juice, and a blue cup of 'OPEN MILK' with a panda mascot. The promotion text is prominently displayed in the upper right, and the 7-Eleven logo and campaign name are in the upper left.

素養情境3

鄧先生與鄧太太前往一個高級餐廳享受美食，該餐廳要加收一成服務費。用餐後結帳，持餐廳會員卡可以優惠打九折。鄧太太將會員卡交給店員，店員回答「扣掉原本要加的服務費，直接付餐費即可。」

素養情境4

這是柏睿的父母想要從房地產公司購買的公寓平面圖。



比例尺：
1 cm 代表 1m

素養命題策略

從課習題出發

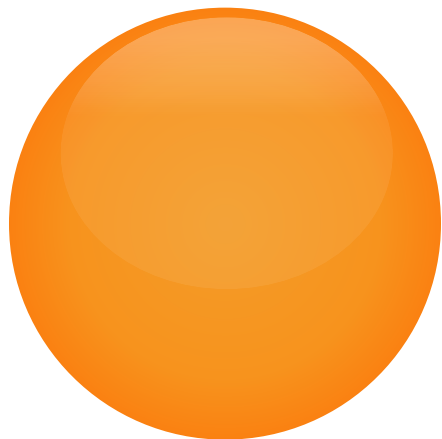
步驟 I 增加生活語詞，取代數學術語

步驟 II 賦予問題意義，增加需求或目的

步驟 III 增加學生說明、詮釋或選擇的機會

資料來源：國教院出版素養好問題-素養導向評量研發指南

生活中的數學素養示例



素養題的情境不好找？

一個輪胎編號？書籍的ISBN碼？
生活中需要解決的問題？

2012年PISA數學試題

M047：地衣

全球性暖化會造成一部分冰川融化。約在冰川消失的十二年後，微小的植物—地衣，會開始在岩石間生長。

地衣會以近似圓形的方式成長增大。

圓形的直徑與地衣的年齡之間關係約可用下列公式來表示：

$$d = 7.0 \times \sqrt{(t-12)} \quad , \quad t \geq 12$$

其中， d 表示圓形直徑（毫米）， t 表示冰川消失後的年數。



2012年PISA數學試題

問題 1：地衣

M047Q01-0189

利用公式，算出冰川消失後 16 年的地衣直徑。寫出你的計算過程。

答：14毫米

問題 2：地衣

M047Q02-01289

安安測量出某地區地衣的直徑為 35 毫米。

請問在這地區的冰川是多少年前消失？

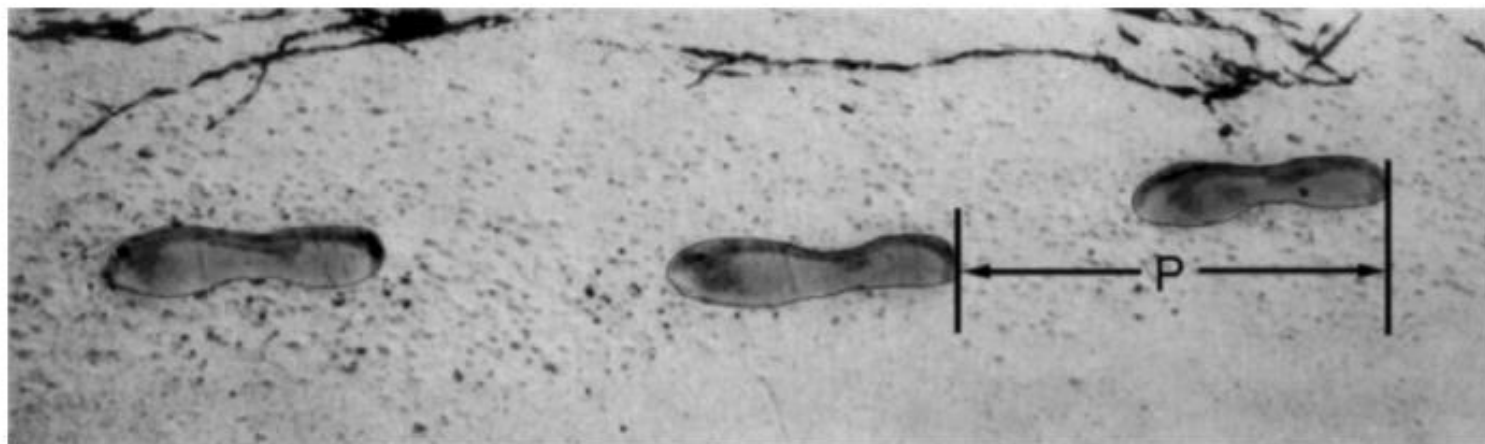
寫出你的計算過程。**答：37年**

評量目標：引出學生使用已知公式的能力



2012年PISA數學試題

M124：步行



上圖為一個男生步行的腳印。步長 P 表示兩個連續腳步腳跟之間的距離。下列公式表示男生步行時 n 與 P 之間的大略關係：

$$\frac{n}{P} = 140$$

n ：每分鐘的步數

P ：步長（公尺）

2012年PISA數學試題

問題 1：步行

M124Q01- 0 1 2 9

如果此公式適用於海翔的步行，若他每分鐘步行 70 步，則他的步長為何？請寫出你的作法。

答：0.5公尺或50公分

問題 3：步行

M124Q03- 00 11 21 22 23 24 31 99

若此公式適用於建德的步行，而且建德知道他的步長為 0.8 公尺。請以每分鐘多少公尺以及每小時多少公里來計算出建德的步行的速度。請寫出你的作法。

**答：每分鐘89.6公尺；
每小時5.376公里**

評量目標：引出學生使用已知公式的能力

這樣改像會考題嗎？

地衣是真菌和綠藻或藍綠菌的共生體，呈灰白、暗綠、淡黃、鮮紅等多種顏色，長在乾燥的岩石或樹皮上，擴散時會以近似圓形的方式向外擴張。若經過 t 年後，地衣圓形的直徑為

d 毫米，兩者關係式為 $d = \frac{24t + 2}{t + 2}$ ，則：

- (1) 經過 10 年後，地衣的直徑為多少毫米？
- (2) 頌伊說，地衣剛生成時 ($t = 0$) 的直徑為 1

毫米，經過 1 年後變成 $8\frac{2}{3}$ 毫米，經過 2

年後變成 12.5 毫米，所以地衣經過很久很久的時間後，直徑應該可達 100 毫米。請以文字或數學式說明頌伊的推論是否正確？

我的email：ajohnajohn2001@gmail.com

我的cell-phone：0910885758

感謝您的聆聽

