

宜蘭縣第十六屆蘭陽盃數學大賽活動

數學金頭腦 A 組初試題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！

※請先確認你的答案卷、准考證與座位號碼是否一致無誤。

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第十六屆蘭陽盃數學大賽的數學金頭腦初試題本題本採單面印刷，共有 30 題選擇題，合計 9 頁。測驗時間共 35 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

1. 所有試題均為四選一的選擇題，答錯不倒扣。
2. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
3. 可利用試題本中空白部分計算，切勿在答案卡上計算。
4. 請核對答案卡上印製試場編號、座號、姓名、分組等資料。
5. 不可故意污損答案卡或試題本，否則不予計分。

作答方式：

請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。例如答案為 B，則將 (B) 選項塗黑、塗滿，即：(A) ● (C) (D)

以下為錯誤的畫記方式，可能導致電腦無法正確判讀。如：

- (A) (B) (C) (D) — 未將選項塗滿
- (A) (B) (C) (D) — 未將選項塗黑
- (A) ● (C) (D) — 未擦拭乾淨
- (A) ● (C) (D) — 塗出選項外
- (A) ● ● (D) — 同時塗兩個選項

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

1.

將一個裝滿水的容器倒出 $\frac{1}{2}$ ，再倒出剩餘水量的 $\frac{1}{3}$ ，之後再倒出剩餘水量的 $\frac{1}{4}$ ，依據相同的步驟，依此類推，則總共要倒出多少次，才會此容器的水剛好為原來的 $\frac{1}{9}$ ？

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

2.

若兩個質數相差 2025，則這兩個質數乘積所得的數字總和 = ？

- (A) 11 (B) 13 (C) 15 (D) 17

3.

某出版社推出優惠折扣如下圖。欣欣國中想購買每本定價 300 元的書，數量超過 20 本，但不足 50 本；卻發現購買 50 本反而比原先想購買的數量還便宜，則學校原本至少想購買幾本書？

- (A) 44 本 (B) 45 本 (C) 46 本 (D) 47 本



4.

若 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別是 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上的點且 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{AB} = 36$ ，再加上哪一個條件可確定 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ？

- (A) $\overline{DE} = 4$ ， $\overline{BC} = 18$ (B) $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{EC} = 9$
(C) $\overline{AE} = 4$ ， $\overline{EC} = 14$ (D) $\overline{DE} = 6$ ， $\overline{BC} = 21$

5.

已知 $a = (2023 + \frac{1}{2023})(2024 + \frac{1}{2024})$ ， $b = (\sqrt{2023 \times 2024} + \frac{1}{\sqrt{2023 \times 2024}})^2$ ，

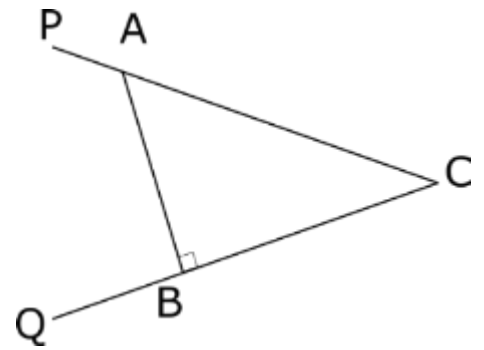
$c = (\frac{2023+2024}{2} + \frac{2}{2023+2024})^2$ ；則下列何者正確？

- (A) $a > b > c$ (B) $b > a > c$ (C) $c > a > b$ (D) $b > c > a$

6.

如圖，若 $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle ABC = 90^\circ$ ，且 $\overline{AP} + \overline{BQ} = \overline{AB}$ 、 $\overline{CP} = \overline{CQ}$ ，已知 $\overline{AP} = 2$ 、 $\overline{BC} = 12$ ，則 $\triangle ABC$ 的周長為何？

- (A) 36 (B) 30 (C) 24 (D) 40



7.

已知 A 是 2023 位數，且為 18 的倍數，若 B 為 A 的每位數字之和，C 為 B 的每位數字之和，D 為 C 的每位數字之和，則 D =

- (A) 2 (B) 9 (C) 18 (D) 36

8.

若 n 為正整數，且 $\sqrt{9n^2 - 143}$ 也為自然數，則 n 的所有可能值加總為何？

- (A) 20 (B) 24 (C) 28 (D) 32

9.

若 $x^2 - (m-1)x + m^2 - 6 = 0$ 的兩解相差 2，則 m 的所有可能值乘積為何？

- (A) -6 (B) -7 (C) -8 (D) -9

10.

將一個正三角形用剪刀截去其中一個角，使得剩下的圖形變為一個四邊形，四個邊長依序為 5、13、12、20。請問此四邊形的面積 = ？

- (A) $80\sqrt{3}$ (B) $70\sqrt{3}$ (C) $50\sqrt{3}$ (D) $25\sqrt{3}$

11.

某停車場有 10 輛出租汽車，第一輛出租汽車出發後，每隔 4 分鐘有一輛出租汽車開出，在第一輛出租汽車開出的 2 分鐘後，有一輛出租汽車進場，以後每隔 6 分鐘有一輛出租汽車回廠，回廠的出租汽車接續在原有的 10 輛出租汽車之後，也是每隔 4 分鐘開出一輛，請問第一輛出租汽車開出後，經過多少時間，停車場就沒有出租汽車了？

- (A) 116 (B) 108 (C) 104 (D) 100

12.

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ，在 \overline{BC} 取兩點 D 、 E 使得 $\overline{BD} = \overline{BA}$ ， $\overline{CE} = \overline{CA}$ ，若已知此三角形的內切圓半徑為 5，則 $\overline{DE} = ?$

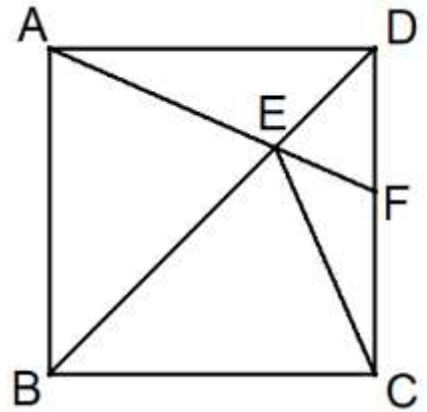
- (A) 2.5 (B) 5 (C) 10 (D) 12.5

13.

$ABCD$ 為正方形， E 為對角線 \overline{BD} 上一點， \overline{AE} 交 \overline{CD} 於 F ，若 $\angle DAF = 22^\circ$ ，

求 $\angle BEC = ?$

- (A) 60° (B) 67° (C) 68° (D) 78°



14.

若 $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 = 1296$ ，

則 $2^3 + 4^3 + 6^3 + 8^3 + 10^3 + 12^3 + 14^3 + 16^3 = ?$

- (A) 2592 (B) 9668 (C) 10368 (D) 12960

15.

小明 2023 年的年齡等於他出生那一年的西元年號各位數字的和，請問小明 2023 年的年齡為何？

- (A) 6 (B) 16 (C) 26 (D) 36

16.

萬聖節當天，老師發餅乾給同學當慶祝節慶的點心，平均每人可以得到 12 塊，如果只發給女同學，每個女同學可以得到 30 塊，如果只發給男同學，則每個男同學可以得到幾塊？

- (A) 24 (B) 20 (C) 18 (D) 16

17.

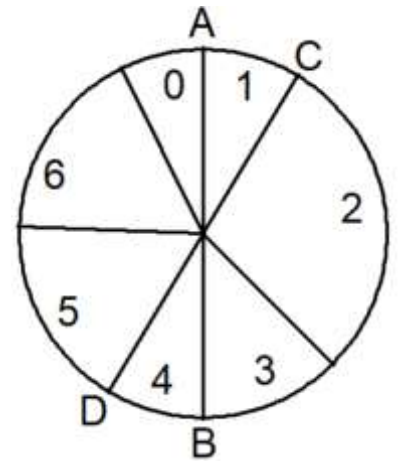
小銘從家裡到學校上學，已知住家到學校的距離為 3.5 公里，前 $\frac{1}{2}$ 時間小銘用速率 a 趕路，後 $\frac{1}{2}$ 時間用速率 b 走完全程，已知 $a:b=4:3$ ，則小銘前 $\frac{1}{2}$ 路程與後 $\frac{1}{2}$ 路程的時間比為何？

- (A) 7 : 9 (B) 9 : 7 (C) 4 : 3 (D) 3 : 4

18.

右圖為機智問答參賽者得分的圓面積圖，其中 \overline{AB} 與 \overline{CD} 為直徑且 O 點為圓心。若得分為 1 分，2 分與 3 分的圓心角比例為 1 : 8 : 2，其他得分所形成的圓心角都是銳角，則中位數與眾數相差多少分 = ？

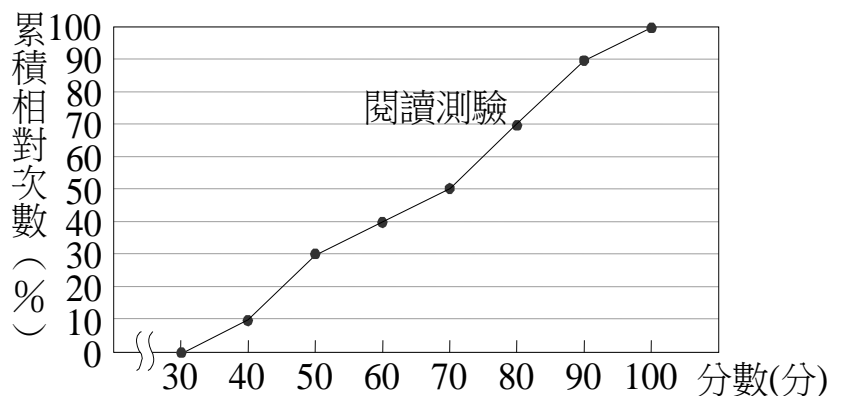
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3



19.

下圖是八年愛班 40 位學生的英語科閱讀測驗分數的累積相對次數分配折線圖，若該班 40 位學生的閱讀測驗平均分數為何？

- (A) 65 (B) 66 (C) 67 (D) 67.5



20.

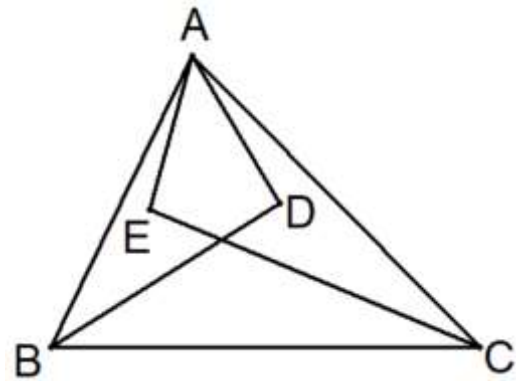
在直角坐標平面上，已知 $P(2a-b, 3b)$ ， $Q(b+2, a-3)$ 。若 P ， Q 兩點互為對稱點， x 軸是對稱軸，則 $a+b = ?$

- (A) 2 (B) -1 (C) $-\frac{7}{3}$ (D) -3

21.

如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{CA} = 6$ ，且 \overline{BD} 、 \overline{CE} 分別平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ ，若 $\angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$ ，則 $\overline{DE} = ?$

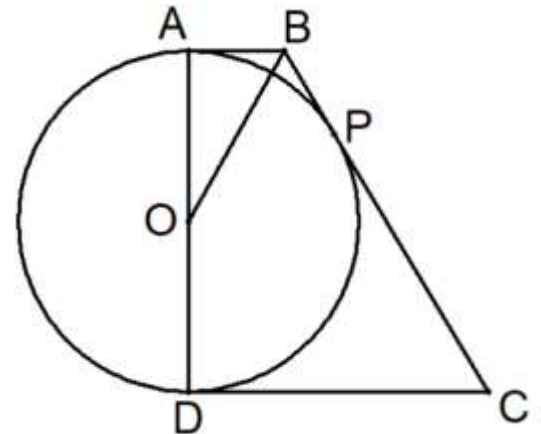
- (A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 3.5



22.

如右圖， \overline{AD} 為圓 O 的直徑， \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 為圓 O 的切線， A 、 P 、 D 為切點，若 $\overline{OA} = 6$ ， $\overline{OB} = 2\sqrt{13}$ ，試求 $\overline{AB} : \overline{CD} = ?$

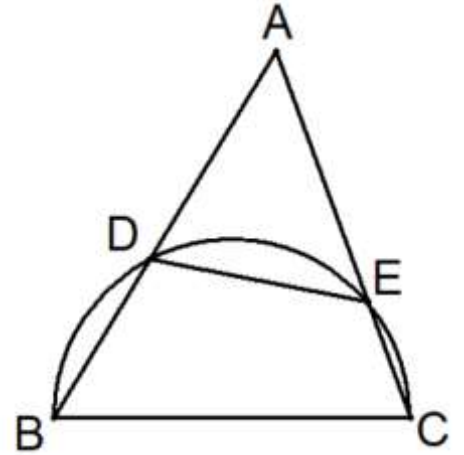
- (A) 4 : 9 (B) 4 : 12 (C) 4 : 13 (D) 6 : 13



23.

如右圖，銳角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ，以 \overline{BC} 為直徑作半圓，與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 分別交於 D 、 E 兩點，連接 \overline{DE} ，會把 $\triangle ABC$ 分成 $\triangle ADE$ 與四邊形 $DBCE$ ，則 $\triangle ADE$ 的面積：四邊形 $DBCE$ 的面積=？

- (A) $\sqrt{3} : 2$ (B) $3 : 1$ (C) $3 : 2$ (D) $3 : 4$



24.

有40個5克砝碼和40個3克砝碼，若左邊限用5克砝碼，右邊限用3克砝碼，想在等臂天平上秤出1克的質量，則共有幾種不同的方法？

- (A) 8 (B) 13 (C) 16 (D) 21

25.

若等差數列前 m 項之和與前 n 項之和的比為 $m^2 : n^2$ ，其中 $m \neq n$ ，且首項為1，則此數列的第100項為何？

- (A) 99 (B) 199 (C) 299 (D) 399

26.

若 x 、 y 皆為正整數，且 $xy - 3x + 4y = 5$ ，則 $x + y = ?$

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

27.

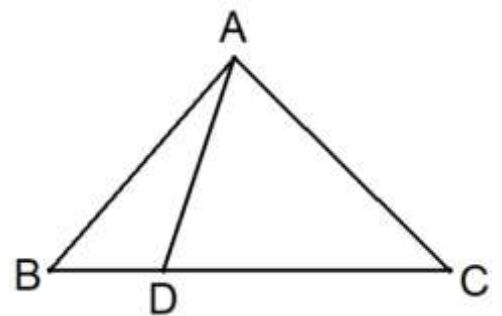
已知圓 O 與圓外一定點 P ，若 A 點在圓 O 上做等速圓周運動， B 點為 $\angle POA$ 之角平分線與 \overline{AP} 之中垂線的交點，則 B 點軌跡為何？

- (A) 一圓弧 (B) 一射線 (C) 一線段 (D) 一直線

28.

如下圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle BAD = 30^\circ$ ，若 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，則 $\angle ACD = ?$

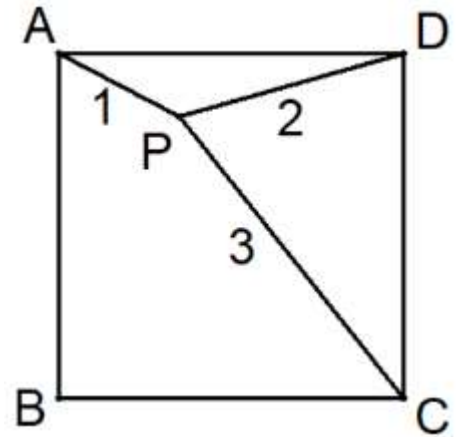
- (A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°



29.

如右圖，正方形 $ABCD$ 內部有一點 P ，若 $\overline{PA} = 1$ 、 $\overline{PC} = 3$ 、 $\overline{PD} = 2$ ，則 $\angle APD = ?$

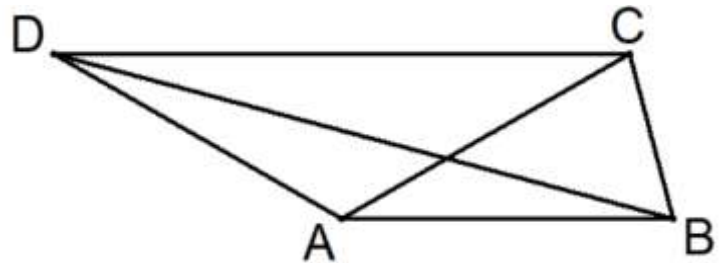
- (A) 100° (B) 115° (C) 120° (D) 135°



30.

如右圖， $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 5$ ，且 $\overline{BC} = 3$ 、 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，試求 $\overline{BD} = ?$

- (A) $\sqrt{90}$ (B) $\sqrt{73}$ (C) $\sqrt{106}$ (D) $\sqrt{91}$



試題結束

A組初賽試題答案

題號	答案
1	B
2	B
3	A
4	C
5	D
6	B
7	B
8	C
9	B
10	B
11	B
12	C
13	B
14	C
15	C
16	B
17	A
18	B
19	B
20	A
21	A
22	A
23	B
24	C
25	B
26	A
27	D
28	B
29	D
30	D

宜蘭縣第十六屆蘭陽盃數學大賽活動

數學金頭腦 B 組初試題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！

※請先確認你的答案卷、准考證與座位號碼是否一致無誤。

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第十六屆蘭陽盃數學大賽的數學金頭腦初試題本題本採單面印刷，共有 30 題選擇題，合計 9 頁。測驗時間共 35 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

1. 所有試題均為四選一的選擇題，答錯不倒扣。
2. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
3. 可利用試題本中空白部分計算，切勿在答案卡上計算。
4. 請核對答案卡上印製試場編號、座號、姓名、分組等資料。
5. 不可故意污損答案卡或試題本，否則不予計分。

作答方式：

請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。例如答案為 B，則將 (B) 選項塗黑、塗滿，即：(A) ● (C) (D)

以下為錯誤的畫記方式，可能導致電腦無法正確判讀。如：

- (A) (B) (C) (D) — 未將選項塗滿
- (A) (B) (C) (D) — 未將選項塗黑
- (A) ● (C) (D) — 未擦拭乾淨
- (A) ● (C) (D) — 塗出選項外
- (A) ● ● (D) — 同時塗兩個選項

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

1.

將一個裝滿水的容器倒出 $\frac{1}{2}$ ，再倒出剩餘水量的 $\frac{1}{3}$ ，之後再倒出剩餘水量的 $\frac{1}{4}$ ，依據相同的步驟，依此類推，則總共要倒出多少次，才會此容器的水剛好為原來的 $\frac{1}{9}$ ？

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

2.

若兩個質數相差 2025，則這兩個質數乘積所得的數字總和＝？

- (A) 11 (B) 13 (C) 15 (D) 17

3.

已知數線上有 A 和 B 兩點， A 、 B 之間的距離是 2，點 A 和與原點 O 的距離為 5，那麼所有滿足條件的點 B 與原點的距離和＝？

- (A) 0 (B) 10 (C) 14 (D) 20

4.

譚老師旗下的歌手男生與女生的人數比為 5：3，李老師旗下的歌手男生與女生的人數比為 3：2。已知兩位老師旗下的歌手女生人數相同，兩位老師旗下歌手總人數中，男生與女生的人數比為何？

- (A) 5：2 (B) 8：5 (C) 19：12 (D) 24：19

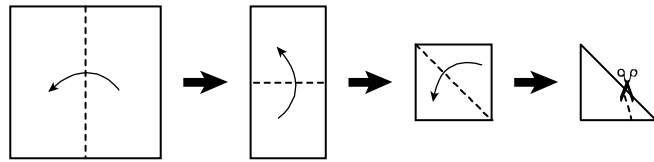
5.

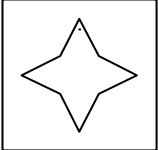
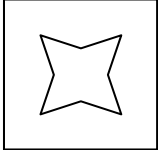
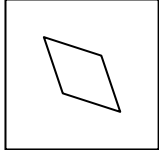
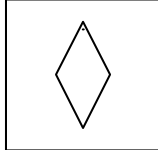
坐標平面上兩點 $P(2,0)$ 、 $Q(-2,1)$ ，若 $\triangle PQR$ 為直角三角形，且 $\angle P = 90^\circ$ ， R 在直線 $x = -2$ 上，求 R 點的坐標。

- (A) $(-2, -14)$ (B) $(-2, -16)$ (C) $(-2, -18)$ (D) $(-2, -20)$

6.

將一正方形紙張，按下列步驟對摺後，沿虛線剪下，則攤開後的紙張圖形應為下列何者？



- (A)  (B)  (C)  (D) 

7.

已知一元二次方程式 $x^2 + 2ax + b = 0$ 的解為 $x = -1 \pm 2\sqrt{2}$ ，則 $a + b = ?$

- (A) -1 (B) -2 (C) -5 (D) -6

8.

已知 $117 \times 23 = 2691$ ，則 $117 \times 23^3 - 2690 \times 23^2 - 24 \times 22 = ?$

- (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1

9.

如果想體驗玩風帆，必須聘請一名教練及租借 1 天的風帆，已知聘請教練以每小時 a 元計費，租借風帆以每次 b 元計費，而租借 1 次 x 小時總花費為一次函數 $y = ax + b$ 。

若禹樺玩 5 小時需花費 9200 元，玩 8 小時需花費 13700 元，則卉郁玩風帆 3 小時需花費多少錢？

- (A) 5400 元 (B) 5800 元 (C) 6200 元 (D) 6600 元

10.

將一個正三角形用剪刀截去其中一個角，使得剩下的圖形變為一個四邊形，四個邊長依序為 5、13、12、20。請問此四邊形的面積 = ？

- (A) $80\sqrt{3}$ (B) $70\sqrt{3}$ (C) $50\sqrt{3}$ (D) $25\sqrt{3}$

11.

若 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別是 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上的點且 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{AB} = 36$ ，再加上哪一個條件可確定 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ？

- (A) $\overline{DE} = 4$ ， $\overline{BC} = 18$ (B) $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{EC} = 9$
(C) $\overline{AE} = 4$ ， $\overline{EC} = 14$ (D) $\overline{DE} = 6$ ， $\overline{BC} = 21$

12.

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ，在 \overline{BC} 取兩點 D 、 E 使得 $\overline{BD} = \overline{BA}$ ， $\overline{CE} = \overline{CA}$ ，若已知此三角形的內切圓半徑為5，則 $\overline{DE} = ?$

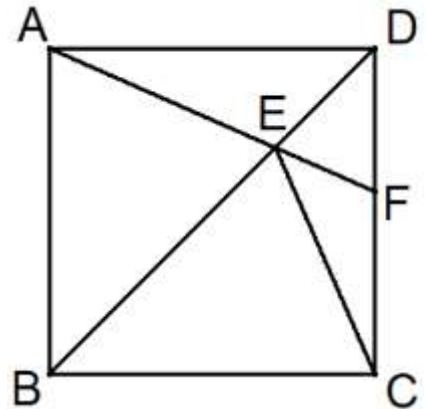
- (A) 2.5 (B) 5 (C) 10 (D) 12.5

13.

$ABCD$ 為正方形， E 為對角線 \overline{BD} 上一點， \overline{AE} 交 \overline{CD} 於 F ，若 $\angle DAF = 22^\circ$ ，

求 $\angle BEC = ?$

- (A) 60° (B) 67° (C) 68° (D) 78°



14.

若 $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 = 1296$ ，

則 $2^3 + 4^3 + 6^3 + 8^3 + 10^3 + 12^3 + 14^3 + 16^3 = ?$

- (A) 2592 (B) 9668 (C) 10368 (D) 12960

15.

小明2023年的年齡等於他出生那一年的西元年號各位數字的和，請問小明2023年的年齡為何？

- (A) 6 (B) 16 (C) 26 (D) 36

16.

新建村有一山坡開闢為果園，到了收成時，派出 126 位果農去採收與販賣。如果每人每天平均採收果子 200 個或販賣果子 700 個，則採收的人數應分配幾位，才能使採收的果子恰好來得及販賣？(同一個人不能同時採收與販賣)

- (A) 77 (B) 84 (C) 91 (D) 98

17.

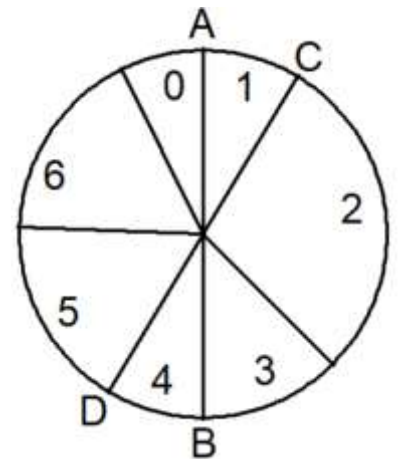
萬聖節當天，老師發餅乾給同學當慶祝節慶的點心，平均每人可以得到 12 塊，如果只發給女同學，每個女同學可以得到 30 塊，如果只發給男同學，則每個男同學可以得到幾塊？

- (A) 24 (B) 20 (C) 18 (D) 16

18.

右圖為機智問答參賽者得分的圓面積圖，其中 \overline{AB} 與 \overline{CD} 為直徑且 O 點為圓心。若得分為 1 分，2 分與 3 分的圓心角比例為 1 : 8 : 2，其他得分所形成的圓心角都是銳角，則中位數與眾數相差多少分 = ？

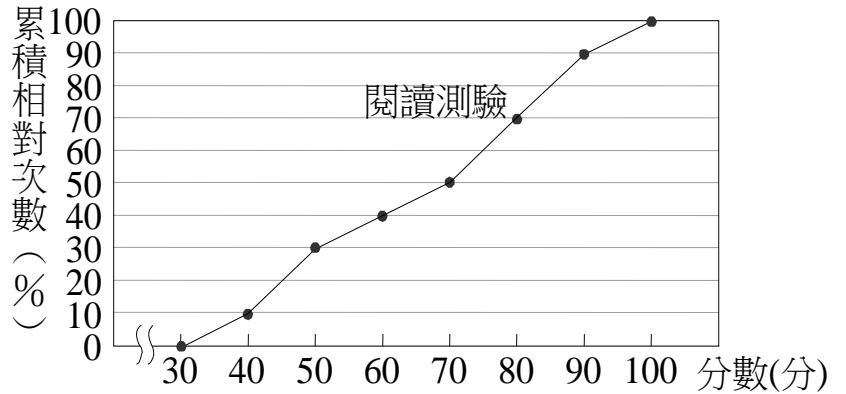
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3



19.

下圖是八年愛班 40 位學生的英語科閱讀測驗分數的累積相對次數分配折線圖，若該班 40 位學生的閱讀測驗平均分數為何？

- (A) 65 (B) 66 (C) 67 (D) 67.5



20.

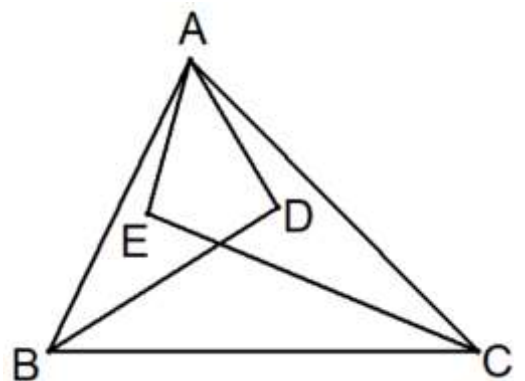
在直角坐標平面上，已知 $P(2a-b, 3b)$ ， $Q(b+2, a-3)$ 。若 P ， Q 兩點互為對稱點， x 軸是對稱軸，則 $a+b = ?$

- (A) 2 (B) -1 (C) $-\frac{7}{3}$ (D) -3

21.

如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{CA} = 6$ ，且 \overline{BD} 、 \overline{CE} 分別平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ ，若 $\angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$ ，則 $\overline{DE} = ?$

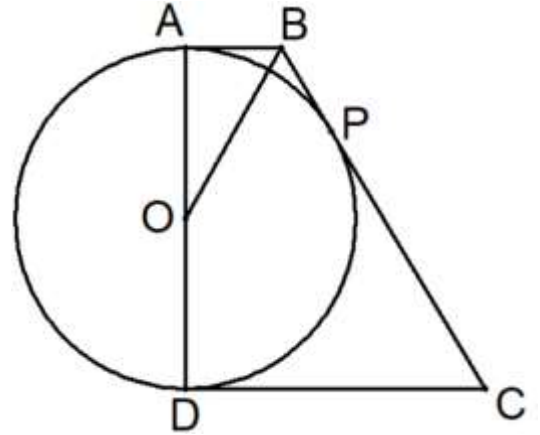
- (A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 3.5



22.

如右圖， \overline{AD} 為圓 O 的直徑， \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 為圓 O 的切線， A 、 P 、 D 為切點，若 $\overline{OA} = 6$ ， $\overline{OB} = 2\sqrt{13}$ ，試求 $\overline{AB} : \overline{CD}$ ？

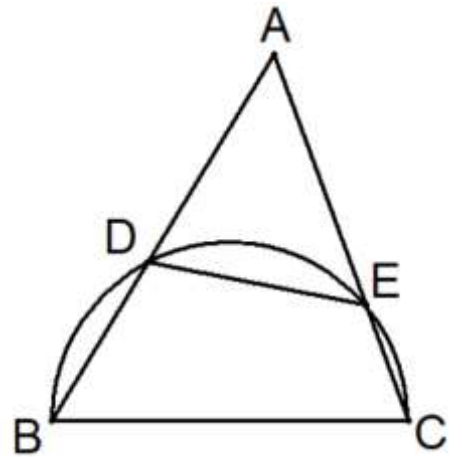
- (A) 4 : 9 (B) 4 : 12 (C) 4 : 13 (D) 6 : 13



23.

如右圖，銳角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ，以 \overline{BC} 為直徑作半圓，與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 分別交於 D 、 E 兩點，連接 \overline{DE} ，會把 $\triangle ABC$ 分成 $\triangle ADE$ 與四邊形 $DBCE$ ，則 $\triangle ADE$ 的面積：四邊形 $DBCE$ 的面積 = ？

- (A) $\sqrt{3} : 2$ (B) 3 : 1 (C) 3 : 2 (D) 3 : 4



24.

有 40 個 5 克砝碼和 40 個 3 克砝碼，若左邊限用 5 克砝碼，右邊限用 3 克砝碼，想在等臂天平上秤出 1 克的質量，則共有幾種不同的方法？

- (A) 8 (B) 13 (C) 16 (D) 21

25.

若 $a \geq -1$ ， $b \geq 2$ ， $c \geq -1$ 且 $a+b+c+3=2(\sqrt{a+1}+\sqrt{b-2}+\sqrt{c-1})$ ，則 $a^2+b^2+c^2=?$

- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12

26.

若 x 、 y 皆為正整數，且 $xy-3x+4y=5$ ，則 $x+y=?$

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

27.

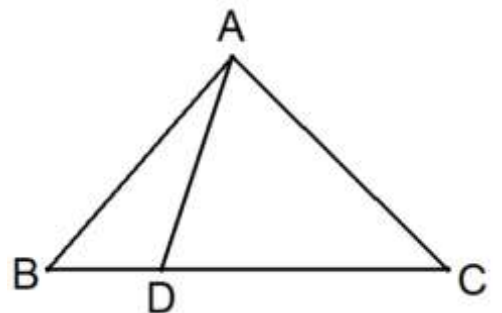
已知某數列首項為 1，且前 n 項之和為 S_n ，若 $a_n = \sqrt{S_n} + \sqrt{S_{n-1}}$ ，則此數列的第 100 項為何？ 《提示： $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$ 》

- (A) 199 (B) 299 (C) 399 (D) 499

28.

如下圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle BAD = 30^\circ$ ，若 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，則 $\angle ACD = ?$

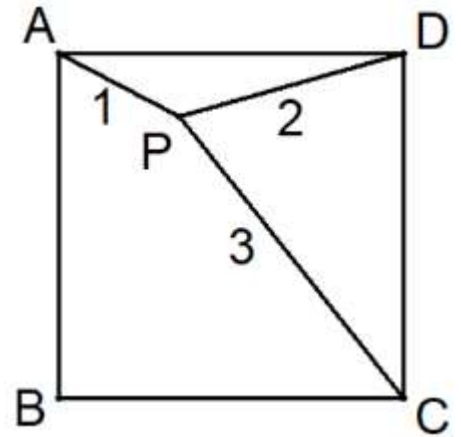
- (A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°



29.

如右圖，正方形 $ABCD$ 內部有一點 P ，若 $\overline{PA} = 1$ 、 $\overline{PC} = 3$ 、 $\overline{PD} = 2$ ，則 $\angle APD = ?$

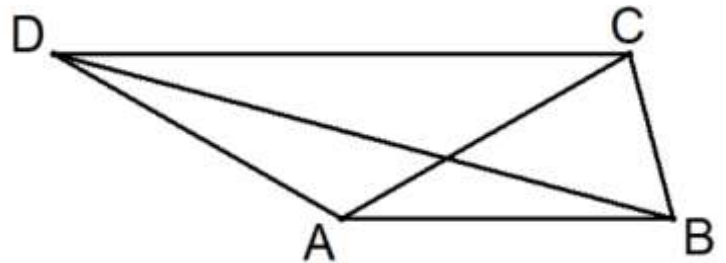
- (A) 100° (B) 115° (C) 120° (D) 135°



30.

如右圖， $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 5$ ，且 $\overline{BC} = 3$ 、 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，試求 $\overline{BD} = ?$

- (A) $\sqrt{90}$ (B) $\sqrt{73}$ (C) $\sqrt{106}$ (D) $\sqrt{91}$



試題結束

B組初賽試題答案

題號	答案
1	B
2	B
3	D
4	C
5	B
6	B
7	D
8	B
9	C
10	B
11	C
12	C
13	B
14	C
15	C
16	D
17	B
18	B
19	B
20	A
21	A
22	A
23	B
24	C
25	送分
26	A
27	A
28	B
29	D
30	D

補充說明：

第25題因選項中無相對應之答案可選答，故送分處理。

宜蘭縣第十六屆蘭陽盃數學大賽活動

數學金頭腦 C 組初試題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試人員的指示才開始作答！

※請先確認你的答案卷、准考證與座位號碼是否一致無誤。

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

這是宜蘭縣第十六屆蘭陽盃數學大賽的數學金頭腦初試題本題本採單面印刷，共有 30 題選擇題，合計 9 頁。測驗時間共 35 分鐘。作答開始與結束請聽從監試人員的指示。

注意事項：

1. 所有試題均為四選一的選擇題，答錯不倒扣。
2. 試題中參考的附圖，不一定代表實際大小。
3. 可利用試題本中空白部分計算，切勿在答案卡上計算。
4. 請核對答案卡上印製試場編號、座號、姓名、分組等資料。
5. 不可故意污損答案卡或試題本，否則不予計分。

作答方式：

請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。例如答案為 B，則將 (B) 選項塗黑、塗滿，即：(A) ● (C) (D)

以下為錯誤的畫記方式，可能導致電腦無法正確判讀。如：

- (A) (B) (C) (D) — 未將選項塗滿
- (A) (B) (C) (D) — 未將選項塗黑
- (A) ● (C) (D) — 未擦拭乾淨
- (A) ● (C) (D) — 塗出選項外
- (A) ● ● (D) — 同時塗兩個選項

請聽到鈴（鐘）響聲後才翻頁作答

1.

將一個裝滿水的容器倒出 $\frac{1}{2}$ ，再倒出剩餘水量的 $\frac{1}{3}$ ，之後再倒出剩餘水量的 $\frac{1}{4}$ ，依據相同的步驟，依此類推，則總共要倒出多少次，才會此容器的水剛好為原來的 $\frac{1}{9}$ ？

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

2.

已知數線上有 A 和 B 兩點， A 、 B 之間的距離是 2 ，點 A 和與原點 O 的距離為 5 ，那麼所有滿足條件的點 B 與原點的距離和＝？

- (A) 0 (B) 10 (C) 14 (D) 20

3.

若 a 、 b 是質數，且 $2a+5b=96$ ，則 $ab=?$

- (A) 69 (B) 74 (C) 86 (D) 93

4.

譚老師旗下的歌手男生與女生的人數比為 $5:3$ ，李老師旗下的歌手男生與女生的人數比為 $3:2$ 。已知兩位老師旗下的歌手女生人數相同，兩位老師旗下歌手總人數中，男生與女生的人數比為何？

- (A) $5:2$ (B) $8:5$ (C) $19:12$ (D) $24:19$

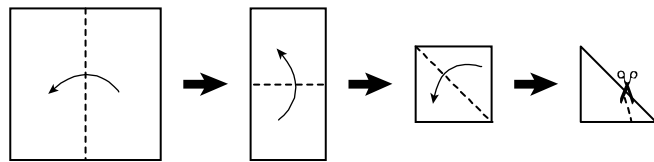
5.

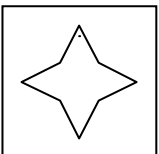
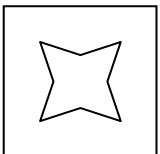
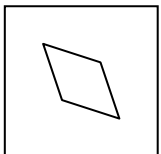
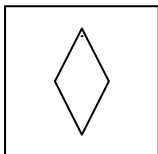
坐標平面上兩點 $P(2,0)$ 、 $Q(-2,1)$ ，若 $\triangle PQR$ 為直角三角形，且 $\angle P = 90^\circ$ ， R 在直線 $x = -2$ 上，求 R 點的坐標。

- (A) $(-2, -14)$ (B) $(-2, -16)$ (C) $(-2, -18)$ (D) $(-2, -20)$

6.

將一正方形紙張，按下列步驟對摺後，沿虛線剪下，則攤開後的紙張圖形應為下列何者？



- (A)  (B)  (C)  (D) 

7.

學生有 727 人，現在要從中選出 10 人為模範生，每人投一票互相選舉，可選自己，若無廢票，則至少須得幾票才能確定當選？

- (A) 67 (B) 69 (C) 71 (D) 73

8.

已知一元二次方程式 $x^2 + 2ax + b = 0$ 的解為 $x = -1 \pm 2\sqrt{2}$ ，則 $a + b = ?$

- (A) -1 (B) -2 (C) -5 (D) -6

9.

已知 $117 \times 23 = 2691$ ，則 $117 \times 23^3 - 2690 \times 23^2 - 24 \times 22 = ?$

- (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1

10.

如果想體驗玩風帆，必須聘請一名教練及租借 1 天的風帆，已知聘請教練以每小時 a 元計費，租借風帆以每次 b 元計費，而租借 1 次 x 小時總花費為一次函數 $y = ax + b$ 。

若禹樺玩 5 小時需花費 9200 元，玩 8 小時需花費 13700 元，則卉郁玩風帆 3 小時需花費多少錢？

- (A) 5400 元 (B) 5800 元 (C) 6200 元 (D) 6600 元

11.

將一個正三角形用剪刀截去其中一個角，使得剩下的圖形變為一個四邊形，四個邊長依序為 5、13、12、20。請問此四邊形的面積 = ?

- (A) $80\sqrt{3}$ (B) $70\sqrt{3}$ (C) $50\sqrt{3}$ (D) $25\sqrt{3}$

12.

若 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別是 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上的點且 $\overline{AD}=8$ ， $\overline{AB}=36$ ，再加上哪一個條件可確定 $\overline{DE}\parallel\overline{BC}$ ？

- (A) $\overline{DE}=4$ ， $\overline{BC}=18$ (B) $\overline{AE}=2$ ， $\overline{EC}=9$
(C) $\overline{AE}=4$ ， $\overline{EC}=14$ (D) $\overline{DE}=6$ ， $\overline{BC}=21$

13.

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ，在 \overline{BC} 取兩點 D 、 E 使得 $\overline{BD}=\overline{BA}$ ， $\overline{CE}=\overline{CA}$ ，若已知此三角形的內切圓半徑為5，則 $\overline{DE}=?$

- (A) 2.5 (B) 5 (C) 10 (D) 12.5

14.

若 $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 = 1296$ ，

則 $2^3 + 4^3 + 6^3 + 8^3 + 10^3 + 12^3 + 14^3 + 16^3 = ?$

- (A) 2592 (B) 9668 (C) 10368 (D) 12960

15.

小明2023年的年齡等於他出生那一年的西元年號各位數字的和，請問小明2023年的年齡為何？

- (A) 6 (B) 16 (C) 26 (D) 36

16.

新建村有一山坡開闢為果園，到了收成時，派出 126 位果農去採收與販賣。如果每人每天平均採收果子 200 個或販賣果子 700 個，則採收的人數應分配幾位，才能使採收的果子恰好來得及販賣？(同一個人不能同時採收與販賣)

- (A) 77 (B) 84 (C) 91 (D) 98

17.

萬聖節當天，老師發餅乾給同學當慶祝節慶的點心，平均每人可以得到 12 塊，如果只發給女同學，每個女同學可以得到 30 塊，如果只發給男同學，則每個男同學可以得到幾塊？

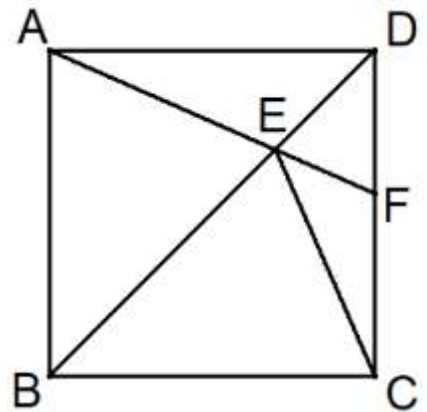
- (A) 24 (B) 20 (C) 18 (D) 16

18.

$ABCD$ 為正方形， E 為對角線 \overline{BD} 上一點， \overline{AE} 交 \overline{CD} 於 F ，若 $\angle DAF = 22^\circ$ ，

求 $\angle BEC = ?$

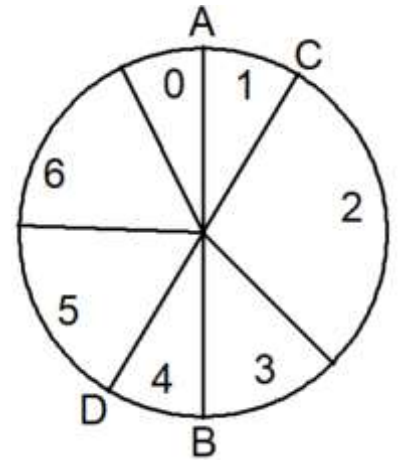
- (A) 60° (B) 67° (C) 68° (D) 78°



19.

右圖為機智問答參賽者得分的圓面積圖，其中 \overline{AB} 與 \overline{CD} 為直徑且 O 點為圓心。若得分为 1 分，2 分與 3 分的圓心角比例為 1:8:2，其他得分所形成的圓心角都是銳角，則中位數與眾數相差多少分 = ?

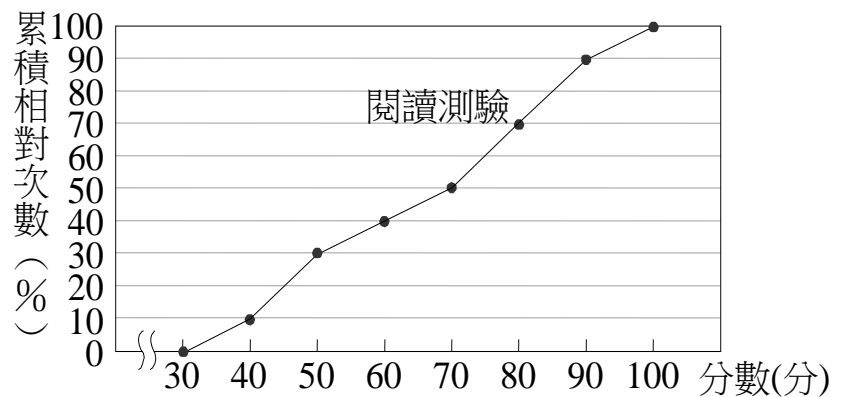
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3



20.

下圖是八年愛班 40 位學生的英語科閱讀測驗分數的累積相對次數分配折線圖，若該班 40 位學生的閱讀測驗平均分數為何？

- (A) 65 (B) 66 (C) 67 (D) 67.5



21.

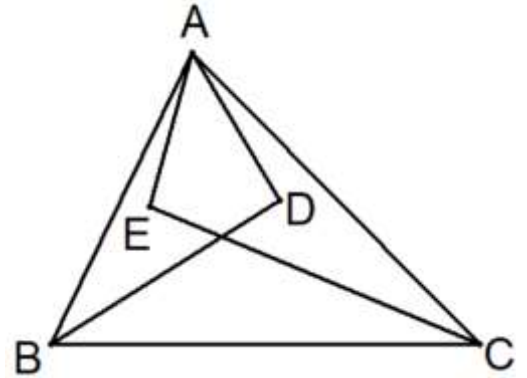
在直角坐標平面上，已知 $P(2a-b, 3b)$ ， $Q(b+2, a-3)$ 。若 P ， Q 兩點互為對稱點， x 軸是對稱軸，則 $a+b = ?$

- (A) 2 (B) -1 (C) $-\frac{7}{3}$ (D) -3

22.

如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{CA} = 6$ ，且 \overline{BD} 、 \overline{CE} 分別平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ ，若 $\angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$ ，則 $\overline{DE} = ?$

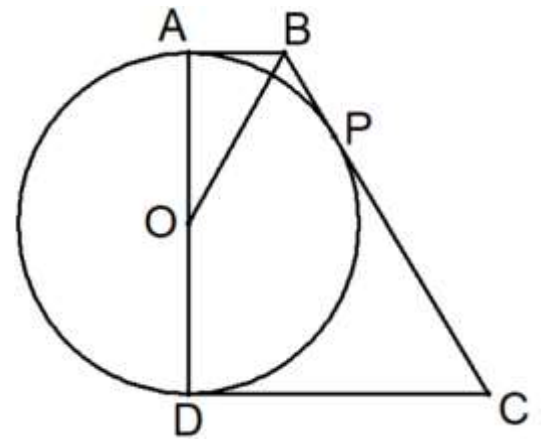
- (A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 3.5



23.

如右圖， \overline{AD} 為圓 O 的直徑， \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 為圓 O 的切線， A 、 P 、 D 為切點，若 $\overline{OA} = 6$ ， $\overline{OB} = 2\sqrt{13}$ ，試求 $\overline{AB} : \overline{CD} = ?$

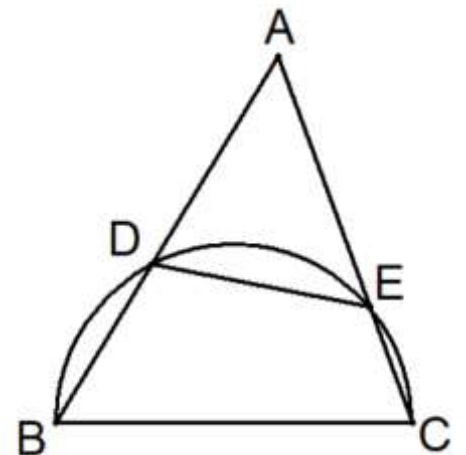
- (A) 4 : 9 (B) 4 : 12 (C) 4 : 13 (D) 6 : 13



24.

如右圖，銳角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ，以 \overline{BC} 為直徑作半圓，與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 分別交於 D 、 E 兩點，連接 \overline{DE} ，會把 $\triangle ABC$ 分成 $\triangle ADE$ 與四邊形 $DBCE$ ，則 $\triangle ADE$ 的面積：四邊形 $DBCE$ 的面積=？

- (A) $\sqrt{3} : 2$ (B) 3 : 1 (C) 3 : 2 (D) 3 : 4



25.

已知 $a = (2023 + \frac{1}{2023})(2024 + \frac{1}{2024})$ ， $b = (\sqrt{2023 \times 2024} + \frac{1}{\sqrt{2023 \times 2024}})^2$ ，

$c = (\frac{2023+2024}{2} + \frac{2}{2023+2024})^2$ ；則下列何者正確？

- (A) $a > b > c$ (B) $b > a > c$ (C) $c > a > b$ (D) $b > c > a$

26.

如右圖，已知 O 點是 $\triangle ABC$ 的外心， \overline{AD} 是 \overline{BC} 上的中線，且與 \overline{BO} 交於 J 點。

若 $\overline{AC} = 24$ 且 $\overline{CD} = 9$ ，則 J 點到 \overline{AC} 的距離 = ？

- (A) $\frac{3}{2}\sqrt{7}$ (B) $\frac{3}{8}\sqrt{55}$ (C) $\frac{3}{7}\sqrt{21}$ (D) 4

27.

若 x 、 y 皆為正整數，且 $xy - 3x + 4y = 5$ ，則 $x + y =$ ？

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

28.

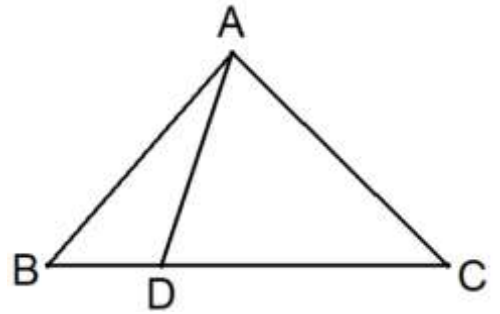
已知某數列首項為 1，且前 n 項之和為 S_n ，若 $a_n = \sqrt{S_n} + \sqrt{S_{n-1}}$ ，則此數列的第 100 項為何？ 《提示： $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$ 》

- (A) 199 (B) 299 (C) 399 (D) 499

29.

如下圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle BAD = 30^\circ$ ，若 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，則 $\angle ACD = ?$

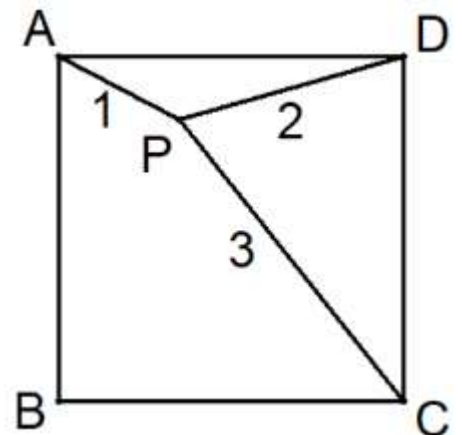
- (A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°



30.

如右圖，正方形 $ABCD$ 內部有一點 P ，若 $\overline{PA} = 1$ 、 $\overline{PC} = 3$ 、 $\overline{PD} = 2$ ，則 $\angle APD = ?$

- (A) 100° (B) 115° (C) 120° (D) 135°



試題結束

C組初賽試題答案

題號	答案
1	B
2	D
3	C
4	C
5	B
6	B
7	A
8	D
9	B
10	C
11	B
12	C
13	C
14	C
15	C
16	D
17	B
18	B
19	B
20	B
21	A
22	A
23	A
24	B
25	D
26	送分
27	A
28	A
29	B
30	D

補充說明：

第26題因題目未提供附圖，顯與試題敘述出現差異，故送分處理。